Universität Bonn

Physikalisches Institut

Anwendung der System8-Methode zur Bestimmung von b-Tagging-Effizienzen am ATLAS-Detektor

Michael Müller

The identification of jets originating from b-quarks is important for the analysis of a variety of physical processes studied with the ATLAS detector at the LHC. System8 is a method which allows the efficiencies of b-tagging algorithms to be determined almost exclusively from data. It makes use of a system of eight equations with eight unknowns and requires the use of three tagging algorithms. The system can be solved in order to determine efficiencies and fake rates of all three tagging algorithms simultaneously. The only dependence on Monte Carlo comes from correction factors, which are used to compensate the possible correlations between the tagging algorithms. In this work, the system is solved numerically using MINUIT. Statistical and systematic uncertainties of the b-tagging efficiencies are calculated using a large number of pseudo-experiments. The System8 method and the estimation of the uncertainties are validated using Monte Carlo truth information. To obtain b-tagging efficiencies of the JetProb algorithm, the method is applied to data collected in 2010 with the ATLAS detector, corresponding to an integrated luminosity of $\mathcal{L} = 2.6\ \text{pb}^{-1}$.

Physikalisches Institut der
Universität Bonn
Nußallee 12
D-53115 Bonn

BONN-IB-2011-11
Dezember 2011

Universität Bonn

Physikalisches Institut

Anwendung der System8-Methode zur Bestimmung von b-Tagging-Effizienzen am ATLAS-Detektor

Michael Müller

Dieser Forschungsbericht wurde als Diplomarbeit von der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Bonn angenommen.

Angenommen am:	14.06.2011
Referent:	Prof. Dr. Ian Brock
Koreferent:	Prof. Dr. Marek Kowalski

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung **1**
1.1. Das Standardmodell . . . 2
1.2. Proton-Proton-Kollisionen . . . 4
1.3. Das **b**-Quark . . . 5
1.4. Inhaltsübersicht . . . 7

2. LHC und ATLAS **8**
2.1. Der LHC . . . 8
2.2. Der ATLAS-Detektor . . . 10
2.2.1. Das ATLAS-Koordinatensystem . . . 10
2.2.2. Der innere Detektor . . . 10
2.2.3. Das Kalorimeter-System . . . 14
2.2.4. Das Myonspektrometer . . . 15
2.2.5. Das Trigger-System . . . 17

3. Datensätze, Objektrekonstruktion und Selektion **18**
3.1. Monte-Carlo-Ereignisse und Daten . . . 18
3.1.1. Daten . . . 19
3.1.2. Monte Carlo . . . 19
3.1.2.1. PYTHIA-Monte-Carlo . . . 19
3.1.2.2. TopMix-Monte-Carlo . . . 20
3.2. Objektrekonstruktion . . . 21
3.2.1. Spur- und Vertexrekonstruktion . . . 21
3.2.2. Rekonstruktion von Myonen . . . 22
3.2.3. Rekonstruktion von Jets . . . 23
3.3. Ereignis- und Objektselektion . . . 24
3.3.1. Ereignisselektion . . . 24
3.3.2. Objektselektion . . . 25
3.3.2.1. Jets . . . 25
3.3.2.2. Spuren . . . 29
3.3.2.3. Myonen . . . 31

4. b-Tagging **34**
4.1. Einleitung . . . 34
4.2. Klassifikation mittels Wahrinformationen . . . 36
4.3. Tagging-Methoden . . . 36
4.3.1. JetProb-Tagger . . . 36

4.3.2. AwaySide-Tagger . . . 40
4.3.3. SoftMuon-Tagger . . . 41
4.4. Bestimmung der **b**-Tagging Effizienz mittels Monte-Carlo-Simulationen . 44

5. System8 **47**
5.1. Das Gleichungssystem . . . 47
5.1.1. System8 für unkorrelierte Tagger . . . 49
5.1.2. System8 für korrelierte Tagger . . . 50
5.2. Lösung des Gleichungssystems . . . 51
5.2.1. Analytische Lösung . . . 51
5.2.2. Numerische Lösung . . . 52
5.2.2.1. Überprüfung der Lösungen . . . 52
5.2.2.2. Bestimmung der Korrekturfaktoren . . . 53
5.2.2.3. Statistische Unsicherheiten . . . 54
5.2.2.4. Systematische Unsicherheiten . . . 55
5.3. Validierung anhand von Wahrinformationen . . . 57
5.3.1. Überprüfung der Effizienzen . . . 57
5.3.2. Überprüfung der statistischen Unsicherheiten . . . 59

6. Anwendung von System8 zur Bestimmung von b-Tagging-Effizienzen **61**
6.1. Verwendete Tagger und Arbeitspunkte . . . 61
6.2. Anwendung auf Monte Carlo . . . 61
6.2.1. Verwendetes Monte Carlo . . . 61
6.2.2. Effizienzbestimmung und Auswahl geeigneter Arbeitspunkte des SoftMuon-Taggers . . . 62
6.2.3. Vergleich der mittels System8 bestimmten **b**-Tagging-Effizienzen mit Wahrinformationen . . . 65
6.3. Anwendung auf Daten . . . 68
6.4. Ergebnisse . . . 72

7. Fazit **74**

A. Datensätze **76**

B. Zusätzliche Kontrollverteilungen **78**

C. Kombination von Spurwahrscheinlichkeiten **83**

D. Zusätzliche Tabellen zur Validierung der System8-Methode **85**

E. Zusätzliche Tabellen und Abbildungen zur Anwendung von System8 **87**

Literaturverzeichnis **91**

1. Einleitung

Ein wichtiges Ziel der Physik auf dem Weg zu einer möglichst vollständigen Beschreibung der Natur ist es, ein gutes Verständnis der kleinsten Bauteile, aus denen die Materie um uns herum aufgebaut ist, zu erlangen. In den letzten Jahrzehnten hat sich auf dem Gebiet der Teilchenphysik eine überaus erfolgreiche Theorie, das sogenannte Standardmodell, etabliert, das die elementaren Bausteine der Materie sowie die zwischen ihnen wirkenden Kräfte beschreibt. Es umfasst drei der vier fundamentalen Wechselwirkungen, nämlich die starke, die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung; die Gravitation ist auf den in der Teilchenphysik betrachteten Skalen gegenüber den anderen drei Kräften vernachlässigbar.

Um neue Erkenntnisse zu gewinnen und theoretische Modelle zu überprüfen, werden aufwendige Experimente durchgeführt. Eine Möglichkeit besteht darin, Teilchen in Speicherringen auf hohe Energien zu beschleunigen und zur Kollision zu bringen. Die dabei entstehenden Partikel müssen detektiert und identifiziert werden, wozu komplexe Detektoren vonnöten sind. Aufgrund der enormen anfallenden Datenmengen ist die Analyse der vom Detektorsystem gemessenen Ereignisse mit hohem Aufwand verbunden.

Der weltweit größte Teilchenbeschleuniger ist der seit 2008 in Betrieb befindliche *Large Hadron Collider* (LHC) am europäischen Kernforschungszentrum CERN bei Genf. Man hofft, mit Hilfe der dort durchgeführten Experimente nicht nur das Standardmodell mit einem bisher nicht erreichten Maß an Präzision zu überprüfen, sondern auch Antworten auf einige der ungelösten Fragestellungen unseres physikalischen Weltbilds zu finden: Ziele sind beispielsweise der Nachweis des im Standardmodell postulierten Higgs-Bosons oder die Suche nach Dunkler Materie.

Für die in dieser Arbeit durchgeführte Analyse werden Daten von ATLAS, einem der vier großen Detektoren am LHC, verwendet. Aufgrund der Vielzahl der bei den Kollisionen entstehenden Teilchen ist es schwierig den zugrundeliegenden Prozess und die dabei produzierten Teilchen zu identifizieren. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Identifikation von b-Quarks unter Verwendung ihrer Zerfallsprodukte. Man verwendet hierzu verschiedene Algorithmen, die als Tagger bezeichnet werden. Es ist wichtig, die Effizienz des benutzten Algorithmus (also den Anteil der Fälle, in denen die Identifikation korrekt durchgeführt wird) zu kennen, um weitere Berechnungen, wie zum Beispiel die Bestimmung von Wirkungsquerschnitten, zu ermöglichen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine solche Effizienzbestimmung für den sogenannten JetProb-Tagger durchgeführt. Prinzipiell ist es möglich, Effizienzen allein mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen zu bestimmen. Da allerdings unklar ist, wie realistisch

diese sind, ist es wünschenswert, die Effizienzen direkt aus Daten zu ermitteln und mit denen der Simulation zu vergleichen.

System8 ist eine solche datenbasierte Methode, die drei verschiedene Tagging-Algorithmen benötigt. Hierbei erfolgt die Effizienzbestimmung durch die Lösung eines Gleichungssystems mit acht Gleichungen und acht Unbekannten.

1.1. Das Standardmodell

Das Standardmodell der Teilchenphysik [1, 2], das in seiner jetzigen Form seit den 1970er Jahren besteht, teilt die Elementarteilchen in Fermionen und Bosonen ein. Die Fermionen, die in Tabelle 1.1 aufgelistet sind, besitzen einen Spin von $\frac{1}{2}$ und bilden die Bausteine der Materie. Sie sind wiederum unterteilt in Quarks und Leptonen, die man ihrerseits in drei Generationen gliedert; hierbei nimmt die Masse der Teilchen von einer Generation zur nächsten stark zu. Jede Leptonengeneration besteht aus einem geladenen Lepton und einem Neutrino mit verschwindend geringer Masse, das keine elektrische Ladung besitzt und daher kaum mit Materie wechselwirkt. Zu jedem Fermion existiert ein Antiteilchen, das entgegengesetzte innere Quantenzahlen besitzt.

Quarks sind nicht als freie Teilchen beobachtbar; dies ist in der Natur der starken Wechselwirkung begründet. Da das Potential der starken Wechselwirkung mit dem Abstand ansteigt, entstehen bei der Trennung zweier Quarks Quark-Antiquark-Paare, die mit den ursprünglichen Quarks gebundene Zustände bilden und so das Auftreten freier Quarks verhindern. Man spricht hier auch vom sogenannten Confinement. Eine Folge hiervon ist, dass die bei einer Proton-Proton-Kollision entstandenen hochenergetischen Teilchen aufgrund der Bildung weiterer Quarks und Gluonen in Teilchenschauer auffächern. Da hierbei Quark-Bindungszustände, sogenannte Hadronen, entstehen, bezeichnet man diesen Vorgang auch als Hadronisierung. Hadronen lassen sich in zwei Gattungen gliedern, nämlich Bindungszustände aus einem Quark und einem Antiquark, Mesonen genannt, und solche aus drei Quarks oder drei Antiquarks, die man als Baryonen bezeichnet. Bei hohen Energien detektiert man die oben erwähnten Teilchenschauer als sogenannte Jets. Diese sind stark kollimiert, da die bei der Hadronisierung entstehenden Teilchen ungefähr in die gleiche Richtung fliegen wie das ursprüngliche Teilchen.

Die in Tabelle 1.2 aufgeführten Bosonen haben einen Spin von 1 und sind die Austauschteilchen der fundamentalen Wechselwirkungen. Sowohl Quarks als auch Leptonen unterliegen der schwachen Wechselwirkung, die von den Z- und $W^{\pm}$-Bosonen übertragen wird. Darüber hinaus unterliegen neben den Quarks auch die geladenenen Leptonen zusätzlich der, vom Photon übermittelten, elektromagnetischen Wechselwirkung. Die dritte Wechselwirkung, die starke Kraft, wirkt nur auf Quarks und wird von Gluonen übertragen. Das 1964 postulierte Higgs-Boson wird von der Theorie verlangt, um die Massen der Elementarteilchen zu erklären, konnte allerdings bisher noch nicht nachgewiesen werden.

	Fermionen	Ladung [e]	Masse
Quarks	up (u)	$+\frac{2}{3}$	1,7−3,3 MeV
	down (d)	$-\frac{1}{3}$	4,1−5,8 MeV
	charm (c)	$+\frac{2}{3}$	$1{,}27^{+0{,}07}_{-0{,}09}$ GeV
	strange (s)	$-\frac{1}{3}$	101^{+29}_{-21} MeV
	top (t)	$+\frac{2}{3}$	172,0±0,09±1.3 GeV
	bottom (b)	$-\frac{1}{3}$	$4{,}19^{+0{,}18}_{-0{,}06}$ GeV
Leptonen	e	−1	510,998910(13) keV
	ν_e	0	<2 eV
	μ	−1	105,658367(4) MeV
	ν_μ	0	<0,19 MeV
	τ	−1	1,77682(16) GeV
	ν_τ	0	<18,2 MeV

Tabelle 1.1.: Fermionen des Standardmodells sowie ihre Ladungen und Massen [3].

Boson	Ladung [e]	Masse	Wechselwirkung
Gluon (g)	0	0	starke Kraft
$W^\pm$	±1	80,399(23) GeV	schwache Kraft
Z	0	91,1876(21) GeV	schwache Kraft
Photon (γ)	0	$< 10^{-18}$ eV	elektromagnetische Kraft

Tabelle 1.2.: Bosonen und die entsprechenden fundamentalen Wechselwirkungen die sie vermitteln [3].

1.2. Proton-Proton-Kollisionen

Am LHC werden Protonen beschleunigt und bei einer Schwerpunktsenergie von maximal 14 TeV zur Kollision gebracht. Das Erreichen der maximalen Schwerpunktsenergie geschieht schrittweise; bisher wurden 7 TeV erreicht. Um die Prozesse bei einer solchen Kollision zu verstehen, muss zunächst auf die innere Struktur des Protons eingegangen werden (siehe auch [2]). Wenn man diese mit Hilfe von Streuexperimenten untersucht, fällt auf, dass es stark vom Viererimpulsübertrag Q^2 des gestreuten Teilchens abhängt, welche Konstituenten (auch Partonen genannt) des Protons sichtbar werden. Bei niedrigem Q^2 erkennt man zunächst, dass es als Baryon aus drei Quarks, zwei u-Quarks und einem d-Quark, aufgebaut ist; diese bezeichnet man auch als Valenzquarks. Mit ansteigendem Q^2 finden sich zunehmend mehr Quark-Antiquark-Paare (sogenannte Seequarks) und Gluonen, die jeweils nur einen geringen Anteil x am Gesamtimpuls des Protons tragen. Für jede Partonenart i beschreibt die Partonverteilungsfunktionen $f_i(x_i,Q^2)$ bei gegebenem Viererimpulsübertrag Q^2 die Verteilung des Impulsanteils x_i für Partonen diesen Typs im Proton. Bei einer Kollision von zwei Protonen am LHC ist also aufgrund der hohen Schwerpunktsenergie die Wechselwirkung der Partonen relevant; ein Beispiel für einen Prozess, bei dem zwei Gluonen aus den kollidierenden Protonen miteinander wechselwirken und ein $b\bar{b}$-Paar erzeugen, ist in Abb. 1.1 dargestellt.

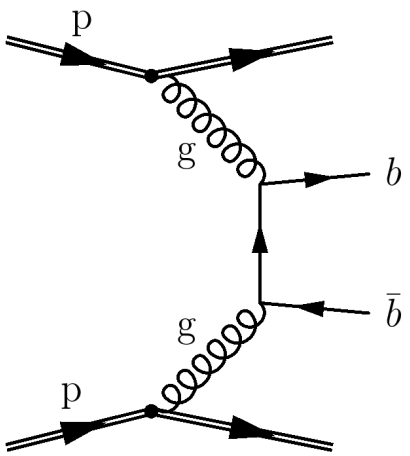


Abbildung 1.1.: Feynman-Diagramm einer Protonenkollision, bei der zwei Gluonen wechselwirken und ein $b\bar{b}$-Paar erzeugen.

Da die Impulsanteile x_i der wechselwirkenden Partonen nicht bekannt sind, besitzt ihr Schwerpunktsystem einen Lorentz-Boost unbekannter Größe in z-Richtung entlang der Strahlachse. Aus diesem Grund verwendet man häufig transversale Größen, wie beispielsweise den Transversalimpuls p_T, die von diesem Boost unabhängig sind.

1.3. Das b-Quark

Das b-Quark wurde im Jahre 1977 von L. M. Lederman et al. am Fermilab in der Nähe von Chicago beim Beschuss von Kernen mit Protonen einer Energie von 400 GeV entdeckt [4]. Wie in Tabelle 1.1 zu sehen ist, handelt es sich bei dem b-Quark um das zweitschwerste Quark; da u-, d-, c- und s-Quarks deutlich geringere Massen haben, werden sie im Folgenden als leichte Quarks bezeichnet.

Bei der hohen Schwerpunktsenergie des LHC müssen Partonen nur einen geringen Impulsanteil x_i besitzen, um b-Quarks zu erzeugen. Da in diesem Bereich die Partondichteverteilungen der Gluonen dominieren (vgl. [5, 6]), sind die dominanten Mechanismen zur b-Produktion die in Abb. 1.2 dargestellten Prozesse zur $b\bar{b}$-Paarerzeugung durch Gluon-Gluon-Fusion. Der Wirkungsquerschnitt für $b\bar{b}$-Produktion sowie für einige andere relevante Prozesse ist in Abb. 1.3 gezeigt.

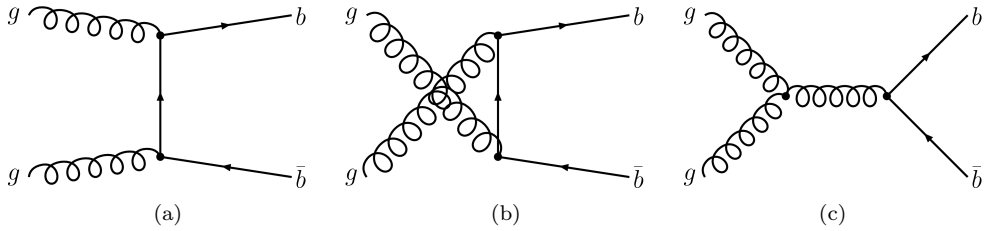


Abbildung 1.2.: Feynman-Graphen zur $b\bar{b}$-Paarerzeugung durch Gluon-Gluon-Fusion.

Die Identifikation von b-Quarks ist nicht nur für die Untersuchung der b-Produktion selbst, sondern auch zum Studium vieler weiterer Prozesse unerlässlich. So zerfällt beispielsweise das Top-Quark fast ausschließlich in ein b-Quark und ein W-Boson; der entsprechende Graph ist in Abb. 1.4 (a) dargestellt.

Die für diese Arbeit relevanten schwach zerfallenden b-Hadronen besitzen Massen im Bereich von 5,3 bis 5,6 GeV und zeichnen sich durch eine hohe Lebensdauer von ca. 1,5 ps aus. Diese entspricht einer Zerfallslänge $c\tau$ von etwa 500 µm, die aufgrund des Lorentz-Boosts, dazu führt, dass die Hadronen eine Strecke $L = \beta\gamma c\tau$ von einigen Millimetern zurücklegen können, bevor sie zerfallen. b-Hadronen besitzen ein semileptonisches Verzweigungsverhältnis von $\mathrm{BR}(b \to l\nu_l X) \approx 11\%$. Ein entsprechender Zerfall eines b-Quarks in ein c-Quark sowie ein Myon und ein Myon-Antineutrino ist in Abb. 1.4 (b) dargestellt.

Die beschriebenen Eigenschaften von b-Hadronen werden von den in Kapitel 4 beschriebenen Tagging-Algorithmen verwendet, um Jets, welche aus dem Zerfall von b-Quarks stammen, zu identifizieren.

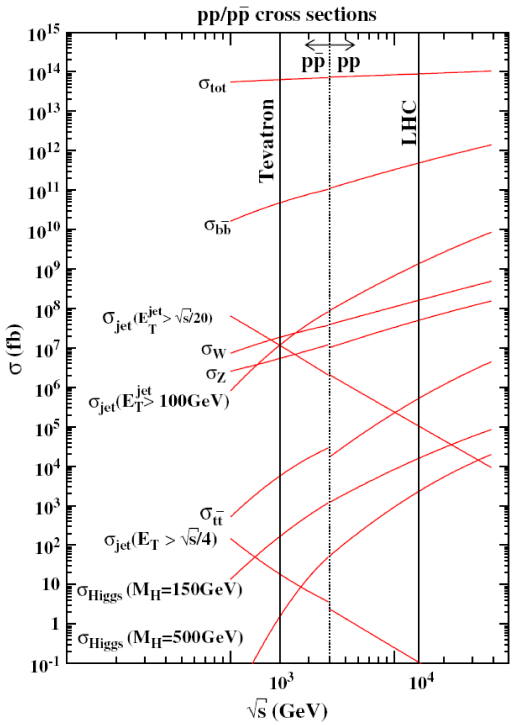
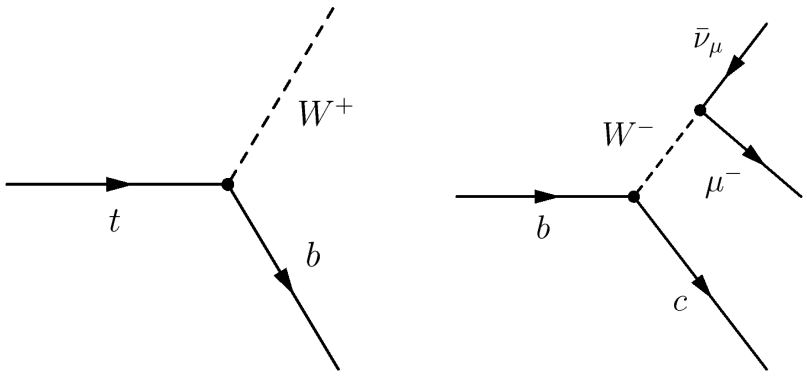


Abbildung 1.3.: Wirkungsquerschnitte verschiedener Prozesse als Funktion der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ für $p\bar{p}$- (links) und pp-Kollisionen (rechts). Für den LHC ist die angestrebte Schwerpunktsenergie von 14 TeV als senkrechte Linie eingezeichnet [7].



(a) (b)

Abbildung 1.4.: Feynman-Graphen: (a) Zerfall eines Top-Quarks in ein b-Quark und ein W-Boson; (b) Zerfallskette $b \to c\mu^-\bar{\nu}_\mu$.

1.4. Inhaltsübersicht

Nachdem in diesem Kapitel bereits einige theoretische Grundlagen erläutert wurden, wird in Kapitel 2 ausführlicher auf den LHC sowie auf den ATLAS-Detektor und dessen Hauptkomponenten eingegangen. Die in dieser Arbeit verwendeten Daten und Monte-Carlo-Simulationen werden in Kapitel 3 beschrieben; außerdem wird darauf eingegangen, wie aus den im Detektor gemessenen Signalen Objekte wie Jets und Myonen rekonstruiert werden. Anschließend werden die Ereignis- und Objektselektion beschrieben sowie Kontrollverteilungen verschiedener Größen für Daten und Monte Carlo gezeigt.

Kapitel 4 befasst sich mit den verwendeten Tagging-Algorithmen, die der Identifikation von Jets, die von b-Quarks stammen, dienen. Neben dem JetProb-Tagger, für den in erster Linie Effizienzen bestimmt werden sollten, werden eine Abwandlung desselbigen, der sogenannte AwaySide-Tagger, sowie der die Eigenschaften von Myonen ausnutzende SoftMuon-Tagger erläutert. Auf die Effizienzbestimmung mittels Monte-Carlo-Simulationen wird hier ebenfalls eingegangen. Die zur Bestimmung von Effizienzen aus Daten verwendete System8-Methode wird in Kapitel 5 eingeführt. Hier wird beschrieben, wie das System8-Gleichungssystem numerisch gelöst werden kann. Des Weiteren werden Unsicherheiten auf die Effizienzen ermittelt und mit Hilfe einer vereinfachten Monte-Carlo-Simulation, die außerdem zur Verifikation der Methode selbst dient, überprüft. In Kapitel 6 wird die Anwendung von System8 beschrieben: Hierzu werden zunächst die stabilen Arbeitsbereiche der Tagging-Algorithmen bestimmt und die aus der Monte-Carlo-Simulation ermittelten Effizienzen zwecks Validierung mit Wahrinformationen verglichen. Schließlich wird System8 auf Daten angewendet, um die Effizienzen des JetProb-Taggers in Abhängigkeit der gewählten Arbeitspunkte und deren Abweichungen von den Monte-Carlo-Simulationen zu bestimmen. Zum Abschluss werden in Kapitel 7 die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst und ein kurzes Fazit gezogen.

2. LHC und ATLAS

2.1. Der LHC

Der *Large Hadron Collider* (LHC) ist ein Ringbeschleuniger mit 27 km Umfang am europäischen Kernforschungszentrum CERN bei Genf. Er wurde im Tunnel des früheren LEP[1]-Beschleunigers [8] gebaut und befindet sich etwa 100 m unterhalb der Erdoberfläche.
Der LHC ist dazu konzipiert, Protonen auf Energien von bis zu 7 TeV zu beschleunigen. Bislang wurde eine Energie von 3,5 TeV erreicht. Neben dem Betrieb mit Protonen wurde der LHC auch dazu entwickelt, Blei-Ionen auf eine Energie von bis zu 2,76 TeV pro Nukleon zu beschleunigen.
Die Proton-Pakete, sogenannte *bunches*, werden von einer Kette von Vorbeschleunigern (Abb. 2.1) auf eine Energie von 450 GeV beschleunigt, bevor sie in den LHC eingespeist werden. Die Protonen werden in einem Duoplasmatron erzeugt und in den Linearbeschleuniger *Linac2* injiziert, den sie mit einer Energie von 50 MeV verlassen. In weiteren Schritten werden sie dann im *Proton Synchrotron Booster* (PSB) auf 1,4 GeV, im *Proton Synchrotron* (PS) auf 25 GeV und schließlich im *Super Proton Synchrotron* (SPS) auf 450 GeV beschleunigt.
Supraleitende Dipol-Magnete mit einer maximalen magnetischen Flussdichte von 8 − 8,5 T halten die in zwei getrennten Strahlrohren entgegengesetzt laufenden Protonen auf ihrer Bahn. Die Magnete werden mittels suprafluiden Heliums auf eine Temperatur von 1,9 K gekühlt. Die gegenläufigen Strahlen werden an vier Wechselwirkungspunkten mit einer Luminosität von bis zu 10^{34} $\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$ alle 25 ns zur Kollision gebracht. Bisher wurde eine maximale Luminosität von $4{,}7 \cdot 10^{32}$ $\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$ erreicht. An den Wechselwirkungspunkten befinden sich die Detektoren ATLAS, ALICE[2], CMS[3] und LHCb. ATLAS und CMS sind Multifunktionsdetektoren, die in der Lage sind, eine Vielzahl verschiedener physikalischer Prozesse zu untersuchen und ihre Ergebnisse mittels unterschiedlicher Techniken gegenseitig zu überprüfen. LHCb untersucht CP-verletzende Prozesse anhand von Zerfällen von b-Mesonen, während ALICE auf Kollisionen von Blei-Ionen spezialisiert ist.
Eine detaillierte Beschreibung des LHC befindet sich im LHC Design Report [9].

[1] *Large Electron Positron Collider*
[2] *A Large Ion Collider Experiment*
[3] *Compact Muon Solenoid*

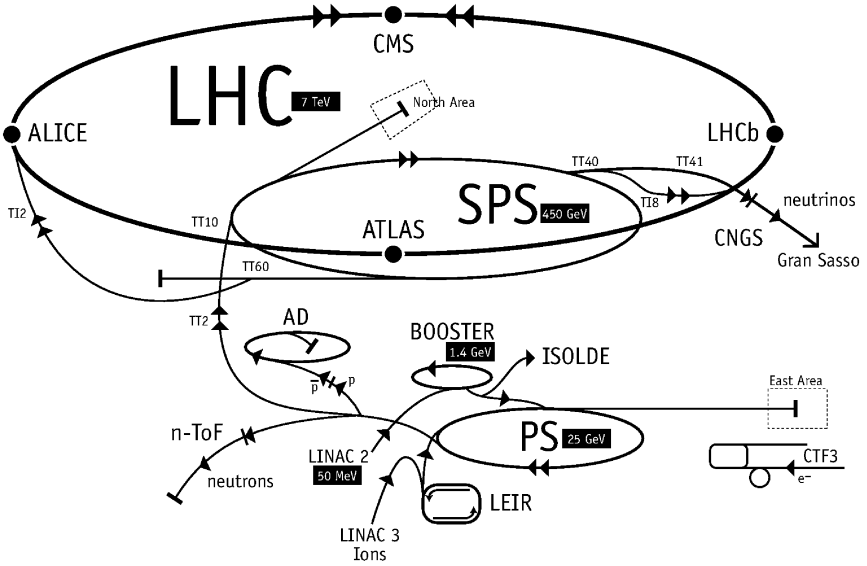


Abbildung 2.1.: Schematische Darstellung des LHC und seiner Vorbeschleuniger. Eingezeichnet sind u. a. auch die vier Detektoren ATLAS, CMS, ALICE und LHCb.

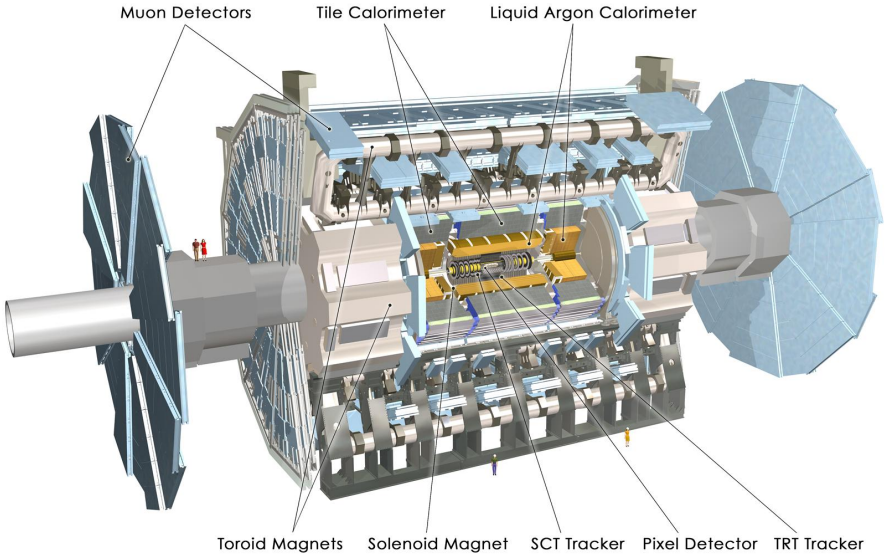


Abbildung 2.2.: Computermodell des ATLAS-Detektors und seiner Hauptbestandteile.

2.2. Der ATLAS-Detektor

Der ATLAS-Detektor (Abb. 2.2) ist ein aus mehreren schalenförmig angeordneten Komponenten aufgebauter Multifunktionsdetektor. Er hat eine Länge von 44 m und eine Höhe von 25 m bei einer Masse von etwa 7000 t. Der innere Detektor (ID) liegt der Strahlachse am nächsten. Weiter außen folgen das Kalorimeter-System und das Myonspektrometer. Die einzelnen Subdetektoren bestehen jeweils aus einem zylinderförmigen zentralen Bereich (*Barrel*) sowie scheibenförmigen Bereichen an beiden Enden, die man als Endkappen bezeichnet. Das Magnetsystem besteht zum einen aus einem den ID umgebenden supraleitenden Solenoiden, der eine magnetische Flussdichte von 2 T erzeugt, zum anderen aus drei Toroid-Magneten, von denen sich einer im zentralen Bereich des Detektors und zwei in den Endkappen befinden. Die magnetische Flussdichte des Barrel-Toroid-Magneten beträgt 0,5 T, die der Endkappen-Toroid-Magnete 1 T.
Auf die für diese Arbeit relevanten Komponenten wird in den folgenden Abschnitten genauer eingegangen. Eine ausführliche Beschreibung des ATLAS-Detektors ist in [10, 11] zu finden.

2.2.1. Das ATLAS-Koordinatensystem

Der Mittelpunkt des Detektors bildet den Ursprung des ATLAS-Koordinatensystems. Die x-Achse zeigt zum Mittelpunkt des LHC-Ringes, die y-Achse nach oben. Die z-Achse zeigt entlang der Strahlachse, wobei ihre Richtung so gewählt ist, dass das Koordinatensystem rechtshändig ist.
Der Abstand zur Strahlachse ist gegeben durch $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Der Azimutwinkel ϕ verläuft um die Strahlachse herum, wobei $\phi = 0$ der x-Achse entspricht. Der Polarwinkel θ wird bezüglich der z-Achse gemessen.
Anstelle von θ verwendet man häufig die Pseudorapidität $\eta = -\ln(\tan(\theta/2))$. Diese hat den Vorteil, dass Differenzen invariant unter Lorentz-Transformationen entlang der z-Achse sind. Als Abstandsmaß verwendet man daher in der Regel $\Delta R = \sqrt{(\Delta\eta)^2 + (\Delta\phi)^2}$.

2.2.2. Der innere Detektor

Der innere Detektor (ID) umgibt unmittelbar den Wechselwirkungspunkt des ATLAS-Detektors (siehe Abb. 2.3 und 2.4) und hat eine Länge von etwa 7 m bei einem Durchmesser von etwa 2 m. Wie bereits oben erwähnt wurde, befindet sich der ID vollständig im Magnetfeld des ihn umgebenden Solenoiden. Der daraus resultierende Krümmungsradius r von Spuren geladener Teilchen wird gemäß $p_\mathrm{T} = B \cdot q \cdot r$ zur Impulsmessung genutzt. Neben der Rekonstruktion von Spuren im Pseudorapiditätsbereich $|\eta| < 2{,}5$ ist der ID auch für deren Impulsmessung und Ladungsbestim-

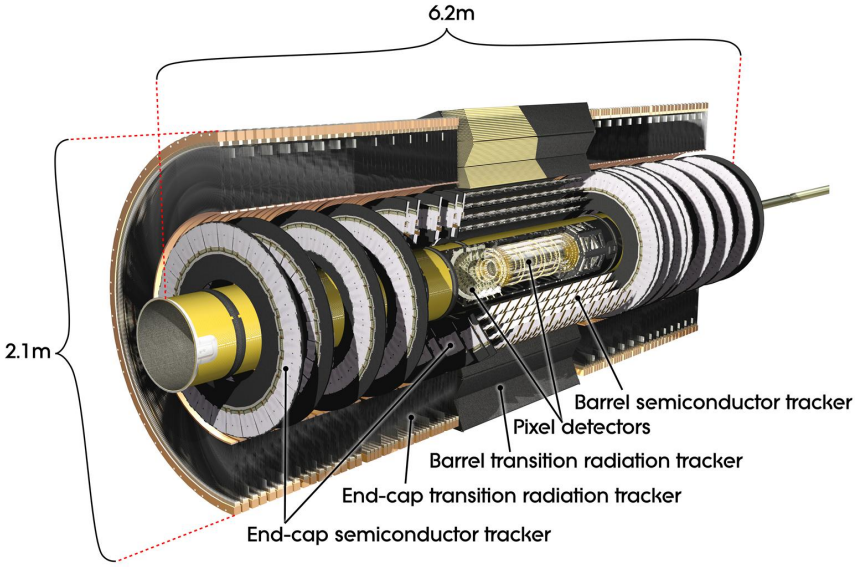


Abbildung 2.3.: Computermodell des inneren Detektors und seiner Hauptbestandteile.

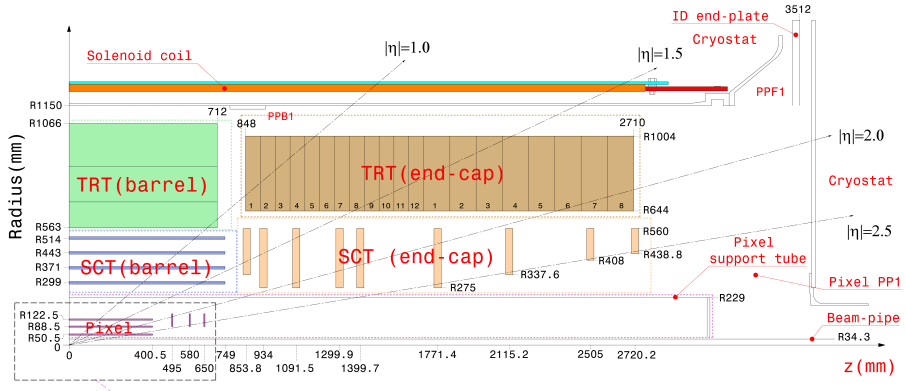


Abbildung 2.4.: Schematischer Schnitt durch den inneren Detektor.

mung zuständig. Eine weitere wichtige Aufgabe ist die Bestimmung der Position von primären und sekundären Vertices.
Der ID besteht aus drei Komponenten: Dem Pixeldetektor, dem Halbleiter-Spurdetektor (SCT[4]) sowie dem Übergangsstrahlungs-Spurdetektor (TRT[5]). Diese werden im Folgenden beschrieben.

Der Pixeldetektor

An das Strahlrohr schließt sich als erste Komponente des inneren Detektors der Pixeldetektor (Abb. 2.5) an. Er besteht aus 1744 Sensormodulen, die jeweils 47232 Pixel besitzen. Die Pixel ermöglichen aufgrund ihrer geringen Ausmaße (50 µm in ϕ- und 400 µm bzw. 600 µm in z-Richtung) eine sehr gute Ortsauflösung von 10 µm in r-ϕ und 115 µm in z im Zentralbereich bzw. 10 µm in r-ϕ und 115 µm in r im Bereich der Endkappen. Zum Auslesen der Signale besitzt jedes Modul 16 sogenannte *Front End Chips*. Jeweils 13 Sensormodule bilden eine Leiter. Die Leitern sind im Zentralbereich in drei Lagen um die Strahlachse herum angeordnet. Im Bereich der Endkappen sind die Module in drei Scheiben auf jeder Seite angeordnet, wobei jede Scheibe aus acht Sektoren mit jeweils sechs Modulen besteht. Die Lagen im Zentralbereich befinden sich in einem Abstand von 50,5 mm, 88,5 mm und 122,5 mm zur Strahlachse. Die innerste Lage wird auch als b-Layer bezeichnet, da sie insbesondere der Identifikation von b-Quarks dient. Ein Teilchen durchquert im Mittel drei Lagen[6] des Pixeldetektors.

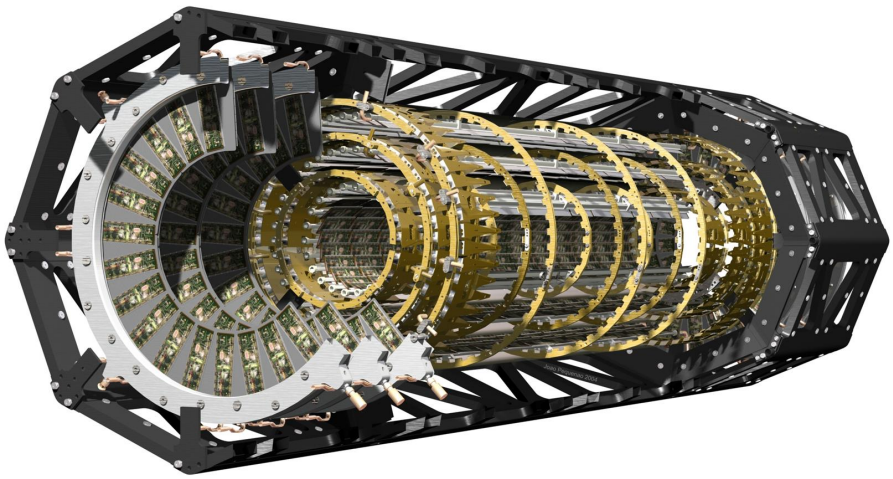


Abbildung 2.5.: Computermodell des Pixeldetektors.

[4] *Semiconductor Tracker*
[5] *Transition Radiation Tracker*
[6] Hier werden sowohl Lagen im Zentralbereich als auch Scheiben im Bereich der Endkappen als Lagen bezeichnet.

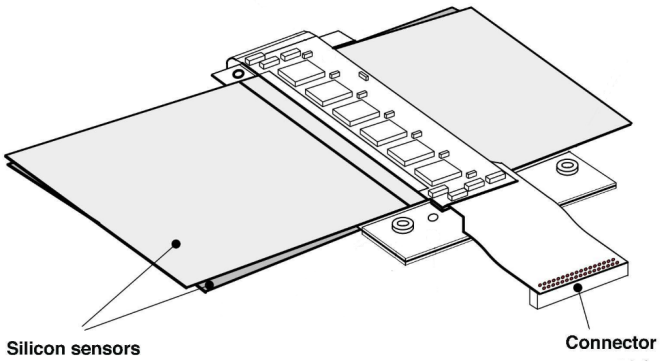


Abbildung 2.6.: Schematische Darstellung eines SCT-Moduls.

Der Halbleiter-Spurdetektor

Außerhalb des Pixeldetektors liegt der Halbleiter-Spurdetektor (SCT). Dieser ist aus Si-Sensoren einer Länge von ca. 13 cm und einer Breite von ca. 6 cm aufgebaut. Die Sensoren besitzen in Längsrichtung eine Segmentierung von 80 µm. Die auf diese Weise entstandenen 768 Streifen sind im Zentralbereich parallel zur Strahlachse ausgerichtet, um eine gute Auflösung in ϕ zu ermöglichen. Ein Modul (Abb. 2.6) besitzt zwei Sensoren, welche übereinander positioniert sind. Sie sind um einen Stereowinkel von 40 mrad gegeneinander verdreht, um auch eine Ortsinformation in z-Richtung zu erhalten. Der SCT besitzt vier Lagen im Zentralbereich, die aus 2112 dieser Module aufgebaut sind. Die zweimal neun Scheiben im Endkappenbereich bestehen aus insgesamt 1976 Modulen. Die Auflösung eines SCT-Moduls beträgt 580 µm in Streifenrichtung und 17 µm senkrecht dazu. Ein Teilchen durchquert im Mittel vier Module des SCT.

Der Übergangsstrahlungs-Spurdetektor

Der Übergangsstrahlungs-Spurdetektor (TRT) bildet den äußeren Teil des ID. Er besteht aus sogenannten *straw tubes*. Dabei handelt es sich um Driftröhren mit einem Durchmesser von 4 mm, welche mit einem Gasgemisch bestehend aus 70% Xe, 27% CO_2 und 3% O_2 gefüllt sind. Die Wand der *straw tubes* besteht aus zwei aufeinandergeklebten 35 µm dicken, mehrlagigen Filmen, welche die Kathode bilden. Durch die Mitte der Röhre verläuft ein 31 µm dicker mit Gold beschichteter Wolframdraht, der die Anode bildet. Zwischen den Elektroden liegt typischerweise eine Spannung von 1,5 kV an. Die Auflösung eines einzelnen *straw tubes* beträgt 130 µm. Zur Identifikation von Elektronen mittels Übergangsstrahlung befinden sich Polypropylenfasern und -folien zwischen den *straw tubes*. Hierbei macht man sich zu Nutze, dass die Energie

der Übergangsstrahlung proportional zum Lorentzfaktor $\gamma = \frac{E}{mc^2}$ ist. Die Röhren sind im Zentralbereich aus bis zu 73 Schichten parallel zur Strahlachse und im Bereich der Endkappen in 160 Ebenen radial dazu angebracht. Im Mittel durchquert ein Teilchen im Zentralbereich des TRT 36 *straw tubes*.

2.2.3. Das Kalorimeter-System

Das Kalorimeter-System dient der Energiemessung geladener und ungeladener Teilchen. Es umschließt den ID sowie die Solenoidspule und besteht aus dem elektromagnetischen Kalorimeter, dem hadronischen Kalorimeter und dem Vorwärtskalorimeter. Dabei handelt es sich jeweils um sogenannte Sampling-Kalorimeter, die eine Schichtstruktur aus passivem Absorbermaterial und aktivem Detektormaterial aufweisen. Eine schematische Darstellung des Kalorimeter-Systems ist in Abb. 2.7 zu sehen.

Das elektromagnetische Kalorimeter (EC) besteht aus einem Zentralbereich ($|\eta| < 1{,}475$) und einer Scheibe auf jeder Seite im Endkappenbereich ($1{,}375 < |\eta| < 3{,}2$). Die Absorberlagen aus Blei sowie die Elektroden sind akkordeonförmig angeordnet. Dazwischen befindet sich flüssiges Argon, welches als Nachweismedium dient. Das EC detektiert elektromagnetische Schauer, die Elektronen, Positronen und Photonen hier erzeugen.
Die Energieauflösung hängt sowohl vom η-Bereich als auch vom Typ des Teilchens ab. Für Elektronen beträgt die Auflösung:

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{9{,}3\%}{\sqrt{E\ (\mathrm{GeV})}} \oplus 0{,}56\% \qquad \text{für } |\eta| = 0{,}3, \tag{2.1}$$

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{19{,}4\%}{\sqrt{E\ (\mathrm{GeV})}} \oplus 0{,}43\% \qquad \text{für } |\eta| = 1{,}65. \tag{2.2}$$

Für Photonen ist sie gegeben durch:

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{8{,}6\%}{\sqrt{E\ (\mathrm{GeV})}} \oplus 0{,}61\% \qquad \text{für } |\eta| = 0{,}3, \tag{2.3}$$

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{12{,}2\%}{\sqrt{E\ (\mathrm{GeV})}} \oplus 0{,}59\% \qquad \text{für } |\eta| = 1{,}65. \tag{2.4}$$

Das hadronische Kalorimeter (HC) befindet sich außerhalb des EC und dient dem Nachweis von aus Jets stammenden hadronischen Schauern. Es besteht aus einem dreiteiligen Zentralbereich, dem sogenannten *tile calorimeter* ($|\eta| < 1{,}7$), und zwei Scheiben auf jeder Seite, die das hadronische Endkappen-Kalorimeter bilden ($1{,}5 < |\eta| < 3{,}2$). Im *tile calorimeter* werden Stahl als Absorber und Plastikszintillatoren als aktives Material verwendet. Im hadronischen Endkappen-Kalorimeter wird wie im EC flüssiges Argon als aktives Material eingesetzt. Kupfer dient hier als Absorbermaterial.

Das HC besitzt eine schlechtere Energieauflösung als das EC:

$$\frac{\sigma\left(E\right)}{E} = \frac{60\%}{\sqrt{E\ (\mathrm{GeV})}}. \tag{2.5}$$

Das Vorwärtskalorimeter erstreckt sich über einen η-Bereich von $3{,}1 < |\eta| < 4{,}9$. Hier wird wieder flüssiges Argon als aktives Material verwendet. Als Absorber dienen Kupfer und Wolfram.

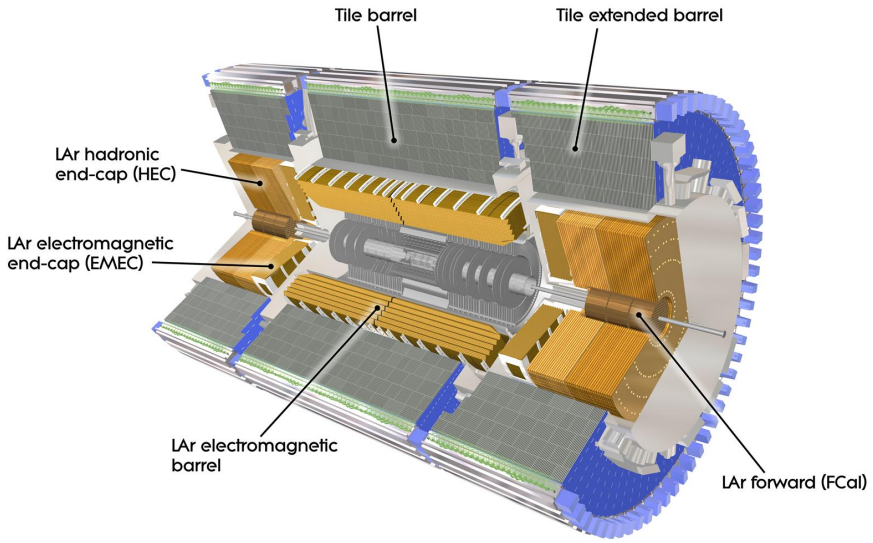


Abbildung 2.7.: Computermodell des Kalorimeter-Systems und seiner Hauptbestandteile.

2.2.4. Das Myonspektrometer

Das Myonspektrometer bildet den äußeren Teil des ATLAS-Detektors. Myonen sind minimal ionisierende Teilchen, die im Kalorimeter nur einen Bruchteil ihrer Energie verlieren und als einzige geladene Teilchen das Myonspektrometer erreichen können. Das Myonspektrometer ist in der Lage, Myon-Impulse von nur wenigen GeV bis hin zu ca. 3 TeV zu messen. Es liefert für Spuren mit einer Energie von 1 TeV noch eine Transversalimpulsauflösung von etwa 10%.

Wie man in Abb. 2.8 erkennen kann, besteht das Myonspektrometer aus vier verschiedenen Typen von Detektorkomponenten. Zur präzisen Impulsbestimmung werden *Monitored Drift Tubes* (MDTs) und *Cathode Strip Chambers* (CSCs) eingesetzt.

Die MDTs befinden sich sowohl im Zentralbereich als auch in den Endkappen und erstrecken sich über einen Pseudorapiditätsbereich von $|\eta| < 2{,}7$. Hierbei handelt es sich um Driftröhren mit einem Durchmesser von ca. 3 cm, die mit einem Gasgemisch, bestehend aus 93% Ar und 7% CO_2 bei einem Druck von 3 bar, gefüllt sind. Eine einzelne Driftröhre erreicht eine Auflösung von 80 µm, während die Auflösung einer Kammer, die aus drei bis acht Lagen von MDTs besteht, 35 µm beträgt. Im Pseudorapiditätsbereich von $2 < |\eta| < 2{,}7$ werden die MDTs durch CSCs ergänzt, welche in der Lage sind, hohe Teilchenraten zu verarbeiten. Bei den CSCs handelt es sich um Vieldraht-Proportionalkammern, die eine Auflösung von 40 µm in der zum Magnetfeld senkrechten Ebene erreichen.
Neben der genauen Impulsbestimmung ist es wichtig, Signale schnell und mit einer hohen Zeitauflösung zu erhalten, um sie dem Trigger-System (siehe Abschnitt 2.2.5) zur Verfügung zu stellen. Hierzu werden im Zentralbereich *Resistive Plate Chambers* (RPCs) eingesetzt, welche einen Pseudorapiditätsbereich von $|\eta| < 1{,}05$ abdecken und eine Zeitauflösung von 1,5 ns besitzen. Diese werden im Vorwärtsbereich ($1{,}05 < |\eta| < 2{,}4$) von *Thin Gap Chambers* (TGCs) mit einer Zeitauflösung von 4 ns ergänzt.

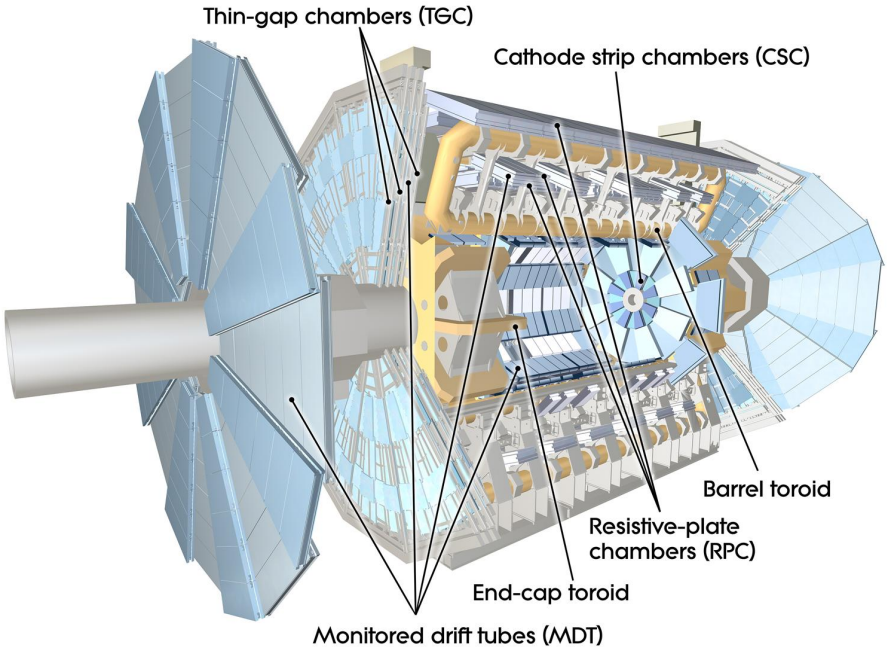


Abbildung 2.8.: Computermodell des Myonspektrometers und seiner Hauptbestandteile.

2.2.5. Das Trigger-System

Bei einer Strahlkreuzungsrate von 40 MHz und einem Speicherbedarf von ca. 1,3 MB pro Ereignis ist es unerlässlich, die anfänglich anfallende Datenmenge zu reduzieren. Um die Ereignisrate auf 200 Hz zu senken und dabei mit möglichst großer Akzeptanz potentiell interessante Ereignisse zu selektieren, wird ein mehrstufiges Trigger-System verwendet:

Level-1-Trigger (L1):
Der L1 ist in der Hardware des Detektors implementiert und benutzt nur Informationen des Kalorimeter-Systems und des Myonspektrometers. Er untersucht diese auf charakteristische Signaturen von Elektronen, Photonen, Jets, hadronisch zerfallenden Taus sowie Myonen mit hohem Transversalimpuls. Des Weiteren sucht er nach Ereignissen mit großer fehlender Transversalenergie. Bereiche mit diesen Signaturen, sogenannte *Regions of Interest* (RoI), werden an den Level-2-Trigger (L2) übergeben. Der L1 trifft seine Entscheidung in weniger als 2,5 µs und reduziert die Ereignisrate auf 75 kHz.

Level-2-Trigger (L2):
Im Gegensatz zum L1 ist der L2 vollständig als Software implementiert und kann daher nachträglich angepasst werden. Er analysiert die ihm vom L1 übergebenen RoIs mit höherer Kalorimeter-Auflösung und verwendet zusätzlich Informationen des ID. Der L2 benötigt etwa 40 ms um ein Ereignis zu analysieren. Die Ereignisrate wird dadurch auf 3,5 kHz verringert.

Ereignisfilter (EF):
Wie der L2 ist auch der EF als Software implementiert. Er nimmt eine vollständige Rekonstruktion der Ereignisse, welche den L2 passieren, vor und selektiert potentiell interessante Physikereignisse. Dies nimmt pro Ereignis etwa 4 s in Anspruch und senkt die Ereignisrate auf 200 Hz. Die Ereignisse, welche den EF passieren, werden schließlich zur späteren Analyse gespeichert.

3. Datensätze, Objektrekonstruktion und Selektion

In diesem Kapitel wird eine Übersicht über die verwendeten Datensätze gegeben. Des Weiteren wird auf die Rekonstruktion der für diese Arbeit relevanten Objekte eingegangen. Schließlich wird die Ereignisselektion sowie die Selektion der rekonstruierten Objekte beschrieben.

3.1. Monte-Carlo-Ereignisse und Daten

Die Simulation und Rekonstruktion von computergenerierten Ereignissen erfolgt, wie in Abb. 3.1 zu sehen ist, in mehreren Stufen. Im ersten Schritt wird der zugrundeliegende physikalische Prozess mittels eines Monte-Carlo-Generators (wie beispielsweise PYTHIA [12], siehe Abschnitt 3.1.2.1) generiert. Die dabei entstandenen Teilchen werden mit ihren zugehörigen Viererimpulsen an das Detektorsimulationsprogrammpaket GEANT4 [13] übergeben. Hier erfolgt unter Verwendung detaillierter Geometrieinformationen des ATLAS-Detektors, eine Simulation der Passage der Teilchen durch den Detektor sowie der Energiedeposition in den verschiedenen Detektorkomponenten. Anschließend folgt die sogenannte Digitalisierung, die die aus der Detektorsimulation stammenden Informationen in Ausgangssignale des Detektors wie Zeiten und Spannungen umgewandelt. Diese besitzen die gleiche Struktur wie „echte“ Daten des ATLAS-Detektors. Aus diesen Rohdaten werden dann mittels Mustererkennungsalgorithmen Objekte wie Spuren und Jets rekonstruiert. Dieser Schritt wird in gleicher Weise auf simulierte und „echte“ Daten angewendet, und wird in Abschnitt 3.2 näher erläutert werden. Die rekonstruierten Objekte können schließlich zur weiteren Analyse verwendet werden.

Im Folgenden werden zunächst die für diese Analyse verwendeten ATLAS Daten und Monte-Carlo-Datensätze beschrieben. Zusätzliche Informationen zu diesen Datensätzen befinden sich in Anhang A.

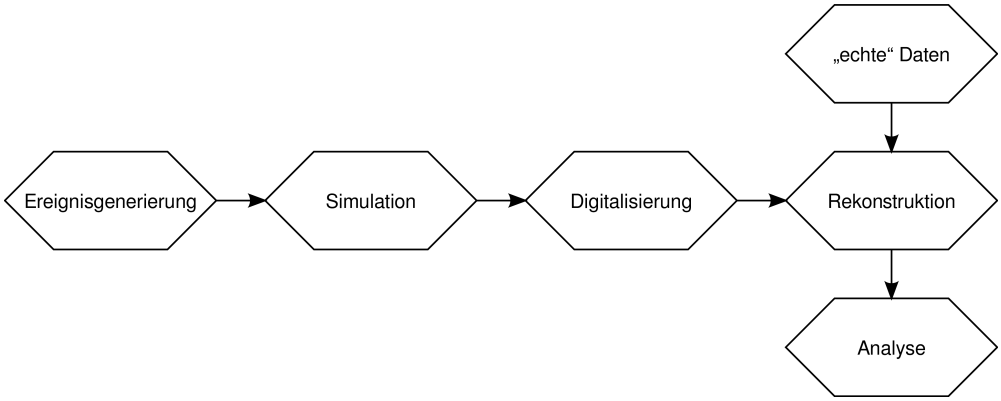


Abbildung 3.1.: Produktionskette für Daten und Monte Carlo.

3.1.1. Daten

Bei den verwendeten Daten des ATLAS-Detektors handelt es sich um die zwischen dem 30. März und dem 29. August 2010 aufgenommenen Laufperioden A-F. Sie besitzen eine integrierte Luminosität von $\mathcal{L} = 2{,}6\ \mathrm{pb}^{-1}$.

3.1.2. Monte Carlo

Für die Analyse in dieser Arbeit wurden zwei verschiedene Monte-Carlo-Simulationen verwendet. Um zu darzulegen, dass die gemessenen Daten des ATLAS-Detektors gut verstanden sind, werden in Abschnitt 3.3 sowie in Kapitel 4 die Verteilungen verschiedener gemessener Größen mit einer Monte-Carlo-Simulation verglichen. Hierzu wurde ein mit PYTHIA generiertes Monte-Carlo verwendet. Aufgrund der zu geringen Statistik war es allerdings nicht möglich, es zur Validierung der System8-Methode (vgl. Kapitel 6) zu verwenden. Stattdessen wurden simulierte Daten aus dem sogenannten TopMix-Monte-Carlo eingesetzt. Dieses unterscheidet sich zwar in der Zusammensetzung der physikalischen Prozesse von „echten“ Daten, da es nur Prozesse enthält, die für $t\bar{t}$-Monte-Carlo-Studien relevant sind; dies stellt jedoch keine Einschränkung bezüglich der Überprüfung der System8-Methode dar. Beide Monte-Carlo-Simulationen werden in den folgenden Abschnitten kurz beschrieben.

3.1.2.1. PYTHIA-Monte-Carlo

Zur Erstellung dieser Monte-Carlo-Simulation wurde der Generator PYTHIA 6.4 [12] mit den Partonverteilungsfunktionen CTEQ6L1 [5, 6] verwendet. Simuliert wurden alle harten QCD-Prozesse mit je 2 Teilchen im Anfangs- und Endzustand. Bei den simulierten Teilchen handelt es sich um Fermionen und Gluonen. PYTHIA führt außerdem

Datensatz	p_{T} [GeV]	# Ereignisse	σ [pb]	$\mathcal{L}$ [pb^{-1}]
J1	17 - 35	1400000	$6{,}78 \cdot 10^{8}$	$2{,}06 \cdot 10^{-3}$
J2	35 - 70	1400000	$4{,}10 \cdot 10^{7}$	$3{,}42 \cdot 10^{-2}$
J3	70 - 140	1400000	$2{,}20 \cdot 10^{6}$	0,638
J4	140 - 280	1400000	$8{,}77 \cdot 10^{4}$	16,0

Tabelle 3.1.: Nach p_{T}-Bereichen aufgeteilte Datensätze des PYTHIA-Monte-Carlos mit der Anzahl der generierten Ereignisse, dem jeweiligen mittleren Wirkungsquerschnitt σ und der integrierten Luminosität $\mathcal{L}$.

eine Simulation des Partonschauers und der Hadronisierung durch. Die Ereignisgenerierung erfolgte getrennt nach Bereichen des Transversalimpuls p_{T} der gestreuten Partonen. Tabelle 3.1 zeigt eine Übersicht der mit Jx bezeichneten Datensätze inklusive der jeweiligen Anzahl an generierten Ereignissen, dem mittleren Wirkungsquerschnitt σ und der integrierten Luminosität, die gemäß $\mathcal{L} = \frac{\#\ \text{Ereignisse}}{\sigma}$ berechnet wurde. Die einzelnen Datensätze werden relativ zueinander gemäß ihrer integrierten Luminosität gewichtet.

3.1.2.2. TopMix-Monte-Carlo

Das sogenannte TopMix-Monte-Carlo [14] besteht aus einer Mischung verschiedener QCD-Datensätze, die mit dem ALPGEN-Generator [15] ebenfalls unter Verwendung der Partonverteilungsfunktionen CTEQ6L1 erzeugt wurden. Zur Simulation des Partonschauers und der Hadronisierung wurde HERWIG [16] verwendet. Die Anzahl der Partonen im Endzustand variiert dabei von zwei bis sechs. Insgesamt entsprechen die simulierten Ereignisse einer integrierten Luminosität von 9,8 pb^{-1}. Es sind nur Prozesse enthalten, die für $t\bar{t}$-Studien relevant sind. Die Ereignisse aus den unterschiedlichen Datensätzen sind gemäß der Wirkungsquerschnitte der beinhalteten Prozesse gewichtet. Bei einigen Datensätzen wurde auf Generatorebene die Existenz von mindestens einem Myon mit $p_{\mathrm{T}} > 5$ GeV gefordert.

3.2. Objektrekonstruktion

In diesem Abschnitt wird auf die Rekonstruktion der für diese Arbeit relevanten Objekte eingegangen. Dabei handelt es sich zum einen um Spuren geladener Teilchen, zu deren Rekonstruktion vornehmlich der innere Detektor verwendet wird. Des Weiteren wird speziell auf die Rekonstruktion von Myonen eingegangen, für welche neben dem inneren Detektor auch das Myonenspektrometer benötigt wird, sowie auf Jets, die mittels der im Kalorimetersystem deponierten Energie gebildet werden.

3.2.1. Spur- und Vertexrekonstruktion

Die Spur- und Vertexrekonstruktion [11] erfolgt beim ATLAS-Detektor folgendermaßen: Zuerst werden in einem vorbereitenden Schritt die Informationen des Pixeldetektors und des SCT jeweils in Clustern kombiniert sowie die Zeitinformationen des TRT in Driftkreise übersetzt. Die SCT-Cluster werden in Raumpunkte übersetzt, indem man – wie in Abschnitt 2.2.2 erwähnt – die Informationen der Sensoren auf beiden Seiten eines Moduls kombiniert. Darauf folgt eine Phase, in welcher unter Ausnutzung der hohen Granularität des Pixeldetektors sowie des SCT Spuren gesucht werden, die aus der Wechselwirkungsregion stammen. Zuerst werden hierbei unter Verwendung von Raumpunkten des Pixeldetektors sowie der innersten Lage des SCT Spurkeime gebildet. Diese Spurkeime werden dann durch den SCT hindurch erweitert um Spurkandidaten zu bilden. Die Spurkandidaten werden daraufhin gefittet und es werden Qualitätsschnitte angewendet, um Ambiguitäten in der Cluster-zu-Spur Assoziation aufzulösen, Ausreißercluster und unechte Spuren zu entfernen. Dann werden die selektierten Spuren mit Driftkreisinformationen des TRT verknüpft. Abschließend findet ein erneuter Spurfit unter Verwendung aller drei Komponenten des inneren Detektors statt. In Nachbearbeitungsphasen werden schließlich mittels spezieller Algorithmen Primär- und Sekundärvertizes rekonstruiert.

Zwei Spurparameter, die im Verlauf der Arbeit von Bedeutung sein werden, sind der transversale Stoßparameter d_0 sowie der longitudinale Stoßparameter $z_0 \cdot \sin\theta$. Der transversale Stoßparameter d_0 einer Spur ist gegeben durch das Minimum des in die xy-Ebene projizierten Abstands zwischen dem Primärvertex und der Spur. Die z-Position dieses Punktes bezüglich des Primärvertex wird mit z_0 bezeichnet. Durch Multiplikation mit $\sin\theta$ erhält man den longitudinalen Stoßparameter.

Die Auflösung eines Spurparameters ist bei hohem p_T durch die intrinsische Auflösung des Detektors und bei niedrigem p_T durch Mehrfachstreuung dominiert. Die Auflösungsfunktion eines Spurparameters X lässt sich als Funktion von p_T schreiben als

$$\sigma_X(p_\mathrm{T}) = \sigma_X(\infty)\,(1 \oplus p_X/p_\mathrm{T})\,. \tag{3.1}$$

Hierbei entspricht $\sigma_X(\infty)$ der asymptotischen Auflösung für unendlichen Impuls und p_X beschreibt den Wert von p_T für welchen die Beiträge aufgrund intrinsischer Auflösung und Mehrfachstreuung für den betrachteten Parameter X gleich groß sind.

Tabelle 3.2 zeigt die mittels Monte-Carlo-Simulationen bestimmten erwarteten Auflösungen der Spurparameter d_0 und $z_0 \cdot \sin\theta$ für Pionen im Zentralbereich ($0{,}25 < |\eta| < 0{,}5$) und im Endkappenbereich ($0{,}5 < |\eta| < 0{,}75$). Diese Zahlen gelten für Spuren, die mindestens einen Treffer im b-Layer besitzen (siehe Abschnitt 2.2.2).

Spurparameter	$0{,}25 < \|\eta\| < 0{,}5$		$0{,}5 < \|\eta\| < 0{,}75$	
	$\sigma_X(\infty)(\mu\text{m})$	$p_X(\text{GeV})$	$\sigma_X(\infty)(\mu\text{m})$	$p_X(\text{GeV})$
Stoßparameter d_0	10	14	12	20
Stoßparameter $z_0 \cdot \sin\theta$	91	2,3	71	3,7

Tabelle 3.2.: Erwartete Spurparameterauflösungen für Spuren, die mindestens einen Treffer im b-Layer besitzen [11].

3.2.2. Rekonstruktion von Myonen

Es werden verschiedene Techniken zur Identifikation und Rekonstruktion von Myonen am ATLAS-Detektor eingesetzt [11].
Zur Rekonstruktion von *standalone*-Myonen werden Spuren ausschließlich aus den Informationen des Myonspektrometers gebildet. Diese werden dann unter Berücksichtigung der Energieverluste im Kalorimeter bis zum Wechselwirkungspunkt hin extrapoliert. Um *combined*-Myonen zu rekonstruieren, werden zusätzlich Spuren des inneren Detektors verwendet, die sich nahe an der Spur eines *standalone*-Myons befinden. Hierzu wird die Spur eines Myons mittels eines χ^2-Fits aus der Spur des Myonspektrometers und der Spur des inneren Detektors neu gebildet. Zur Rekonstruktion von *tagged*-Myonen werden alle Spuren des inneren Detektors, die einen ausreichenden Impuls besitzen, bis in den inneren Teil des Myonspektrometers extrapoliert. Dort wird dann nach Treffern gesucht, die sich in der Nähe einer extrapolierten Spur befinden. Mithilfe dieser Treffer und der Spur im inneren Detektor wird dann die Spur des *tagged*-Myons rekonstruiert. Eine weitere Möglichkeit zur Identifikation von Myonen besteht darin, auszunutzen, dass es sich um minimal ionisierende Teilchen handelt, und nach entsprechenden Signaturen im Kalorimeter zu suchen.
Falls rekonstruierte Myonen aus mehreren dieser Methoden gleichzeitig verwendet werden sollen, muss eine sogenannte Überlappentfernung durchgeführt werden, um ein Myon, welches von verschiedenen Algorithmen rekonstruiert wurde nicht mehrfach zu zählen.

In dieser Arbeit werden Myonen verwendet, die als *combined*-Myonen rekonstruiert wurden. Um die zur Verfügung stehende Statistik zu erhöhen, werden bei dem in Kapitel 6 zur Validierung der System8-Methode eingesetzten TopMix-Monte-Carlo zusätzlich Myonen verwendet, die als *tagged*-Myonen rekonstruiert wurden.

3.2.3. Rekonstruktion von Jets

Den Ausgangspunkt für die Rekonstruktion von Jets bildet die im Kalorimetersystem deponierte Energie. Zuerst werden angrenzende Kalorimeterzellen, deren Signal-zu-Rausch-Verhältnis über einem bestimmten Grenzwert liegt, zu einem sogenannten *topo-cluster* kombiniert. Diese *topo-cluster* werden von dem bei ATLAS verwendeten Anti-k_T-Algorithmus [17] zu Jets kombiniert, wobei ein Abstandsparameter $R = 0{,}4$ verwendet wird.
Es wird zunächst ein Maß d_{ij} für den Abstand zweier Objekte i und j eingeführt, das durch

$$d_{ij} = \min(p_{\mathrm{T},i}^{-2}, p_{\mathrm{T},j}^{-2}) \frac{\Delta R_{ij}}{R} \tag{3.2}$$

definiert ist, wobei ΔR_{ij} der Abstand in der η-ϕ-Ebene ist.

Weiterhin ist für ein Objekt i d_{ii} gegeben durch

$$d_{ii} = p_{\mathrm{T},i}^{-2}. \tag{3.3}$$

Ausgehend von den *topo-clustern* werden dann solange folgende Schritte durchgeführt, bis alle Objekte einem Jet zugeordnet sind:

Der kleinste Abstand d_{ij} wird bestimmt und

- i und j werden zu einem neuen Objekt zusammengefügt, falls $i \neq j$ ist, bzw.
- das Objekt i wird als Jet vom Algorithmus zurückgegeben und nicht mehr weiter vom Algorithmus verwendet, falls $i = j$ ist.

Die Energie der *topo-cluster* ist auf die sogenannte EM-Skala kalibriert, die nachgewiesenermaßen eine gute Abschätzung der von Elektronen und Photonen deponierten Energie liefert [18]. Allerdings muss die Energie der Jets bzgl. weiterer Effekte wie der Nichtkompensation des Kalorimeters[1], Energieverlusten in inaktiven Bereichen des Detektors, sowie nicht vollständig im Kalorimeter enthaltener Teilchenschauer korrigiert werden. Die Energieskala, auf der diese Effekte berücksichtigt werden, ist die Jet-Energieskala (JES) [18]. Die Korrektur auf diese Skala erfolgt mittels eines p_{T}- und η-abhängigen Korrekturfaktors, der aus Monte-Carlo-Simulationen bestimmt wird. In dieser Arbeit bezieht sich die Angabe der Energie eines Jets stets auf die Jet-Energieskala.

Nachdem ein Jet rekonstruiert wurde, werden Spuren zu ihm assoziiert. Der Assoziationsschnitt variiert gemäß $R_{\mathrm{Assoziation}} = 0{,}239 + \exp\left(-1{,}22 - 1{,}64 \cdot 10^{-2} \cdot p_{\mathrm{T}}(\mathrm{GeV})\right)$ [19] abhängig vom Transversalimpuls p_{T} des Jets, so dass man einen kleineren Kegel für hochenergetische Jets erhält, die stärker kollimiert sind.

[1] Das Ansprechverhalten des ATLAS-Kalorimeters ist für Hadronen geringer als für Elektronen gleicher Energie.

3.3. Ereignis- und Objektselektion

In diesem Abschnitt wird zunächst die Ereignisselektion und danach die Objektselektion erläutert. Die in dieser Arbeit verwendete Selektion orientiert sich an der Standardselektion der ATLAS-Flavour-Tagging-Gruppe [19, 20]. Für die zur Selektion genutzten Observablen werden Kontrollverteilungen gezeigt, und mit den entsprechenden Verteilungen des PYTHIA-Monte-Carlos verglichen. Das Monte Carlo wird dabei so normiert, dass die Anzahl von Ereignissen nach der Ereignisselektion derjenigen in Daten entspricht.

3.3.1. Ereignisselektion

Die Ereignisselektion ist darauf ausgelegt, dass in jedem Ereignis mindestens ein Jet mit assoziiertem Myon vorhanden ist, da nur solche Jets für den in Abschnitt 4.3.3 beschriebenen SoftMuon-Tagger relevant sind. Jedes Ereignis muss dabei die folgenden Kriterien erfüllen:

- Das Ereignis muss als „gutes“ Ereignis gemäß der verwendeten Good-Runs-List [20] klassifiziert sein. Diese Liste gibt an, ob ein Ereignis den Qualitätskriterien entspricht oder ob es aufgrund von Problemen in der Funktion einzelner Detektorkomponenten verworfen werden muss.
- Es muss ein Trigger gefeuert haben, der sensitiv auf einen Jet mit assoziiertem Myon ist. Dieser verlangt, dass sich ein Myon mit einem $p_{\mathrm{T}} > 4$ GeV in einem Abstand $\Delta R < 0{,}4$ zur RoI (siehe Abschnitt 2.2.5) eines Jets mit $p_{\mathrm{T}} > 5$ GeV befindet. Dieses Kriterium wird nicht bei dem in Kapitel 6 verwendeten TopMix-Monte-Carlo angewendet, da in diesem die entsprechenden Triggerinformationen nicht vorhanden sind.
- Es muss mindestens ein Primärvertex rekonstruiert worden sein.
- Es muss im Ereignis mindestens ein Jet mit assoziiertem Myon gemäß Abschnitt 3.3.2.1 vorhanden sein.

In Abb. 3.2 ist die Anzahl der Ereignisse nach den oben genannten Schnitten dargestellt. Das erste Schnittkriterium, die Zugehörigkeit zur Good-Runs-List, wird nur auf Daten angewendet, da es sich dabei um Informationen handelt, die sich ausschließlich auf Daten beziehen. Der größte Teil der Daten passiert dieses Kriterium. Durch die Forderung nach dem oben beschriebenen Trigger wird die Anzahl der Ereignisse stark reduziert. Nach diesem Schnitt sind nur noch geringe Abweichungen zwischen Daten und Monte Carlo vorhanden. Fast alle diese Ereignisse besitzen auch einen rekonstruierten Primärvertex, was man daran sieht, dass die entsprechende Forderung die Ereignisanzahl kaum verändert. Nach dem letzten Schnitt stimmt die Anzahl von Ereignissen in Daten und Monte-Carlo als Folge der Normierung exakt überein. In Daten passieren 0,75% der Ereignisse alle Schnitte, im Monte Carlo sind es lediglich 0,13%.

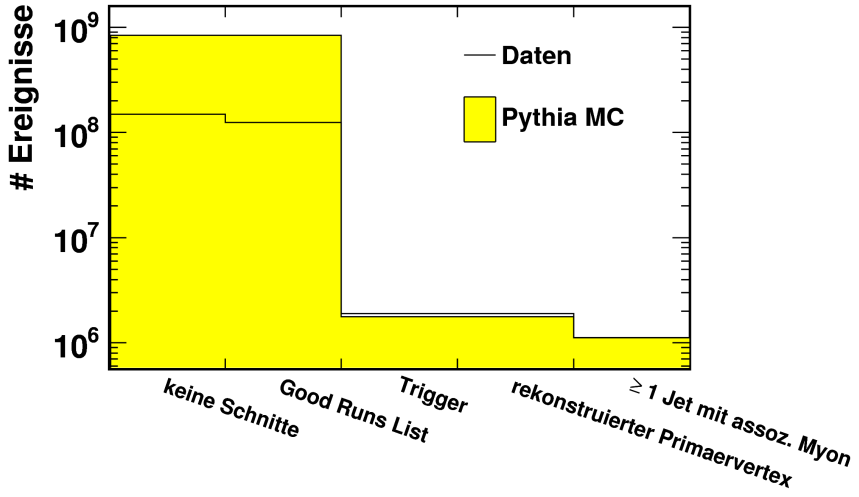


Abbildung 3.2.: Anzahl der Daten- und Monte-Carlo-Ereignisse nach Anwendung der jeweiligen Schnittkriterien.

3.3.2. Objektselektion

Im Folgenden wird die Selektion von Jets, Spuren und Myonen beschrieben sowie Kontrollverteilungen der zur Selektion verwendeten Observablen gezeigt. Dabei werden in diesem Abschnitt nur Verteilungen für diejenigen Spuren und Myonen gezeigt, welche zu einem Jet assoziiert sind, da nur diese für die in dieser Arbeit durchgeführte Analyse relevant sind. Die entsprechenden Verteilungen für alle Spuren bzw. Myonen pro Ereignis befinden sich in Anhang B.

3.3.2.1. Jets

Für Jets müssen die folgenden Kriterien erfüllt sein:

- Für den Transversalimpuls muss gelten: $p_{\mathrm{T}} > 20$ GeV.
- Der Jet muss sich im zentralen Bereich des Detektors befinden, d.h. $|\eta| < 2{,}5$.

Jets mit assoziiertem Myon müssen zusätzlich folgende Bedingung erfüllen:

- Für den Abstand zwischen dem Jet und einem Myon gemäß Abschnitt 3.3.2.3 muss $\Delta R < 0{,}4$ gelten.

Die Abbildungen 3.3 und 3.4 zeigen die Jetanzahl, den Transversalimpuls, die Pseudorapidität sowie die Anzahl assoziierter Spuren und Myonen gemäß den Abschnitten

3.3.2.3 und 3.3.2.2 für Jets, die die oben beschriebenen p_{T}- und η-Schnitte erfüllen, sowie für Jets, die zusätzlich ein assoziiertes Myon besitzen. Die Daten werden generell durch das Monte Carlo gut beschrieben. Es sind lediglich für hohe Multiplizitäten leichte Abweichungen in den Verteilungen für Jet- und Spuranzahlen (Abb. 3.3 (a) und 3.4 (a)) zu erkennen; dies stellt eine sehr gute Übereinstimmung für ein Leading-Order-Monte-Carlo wie PYTHIA dar.

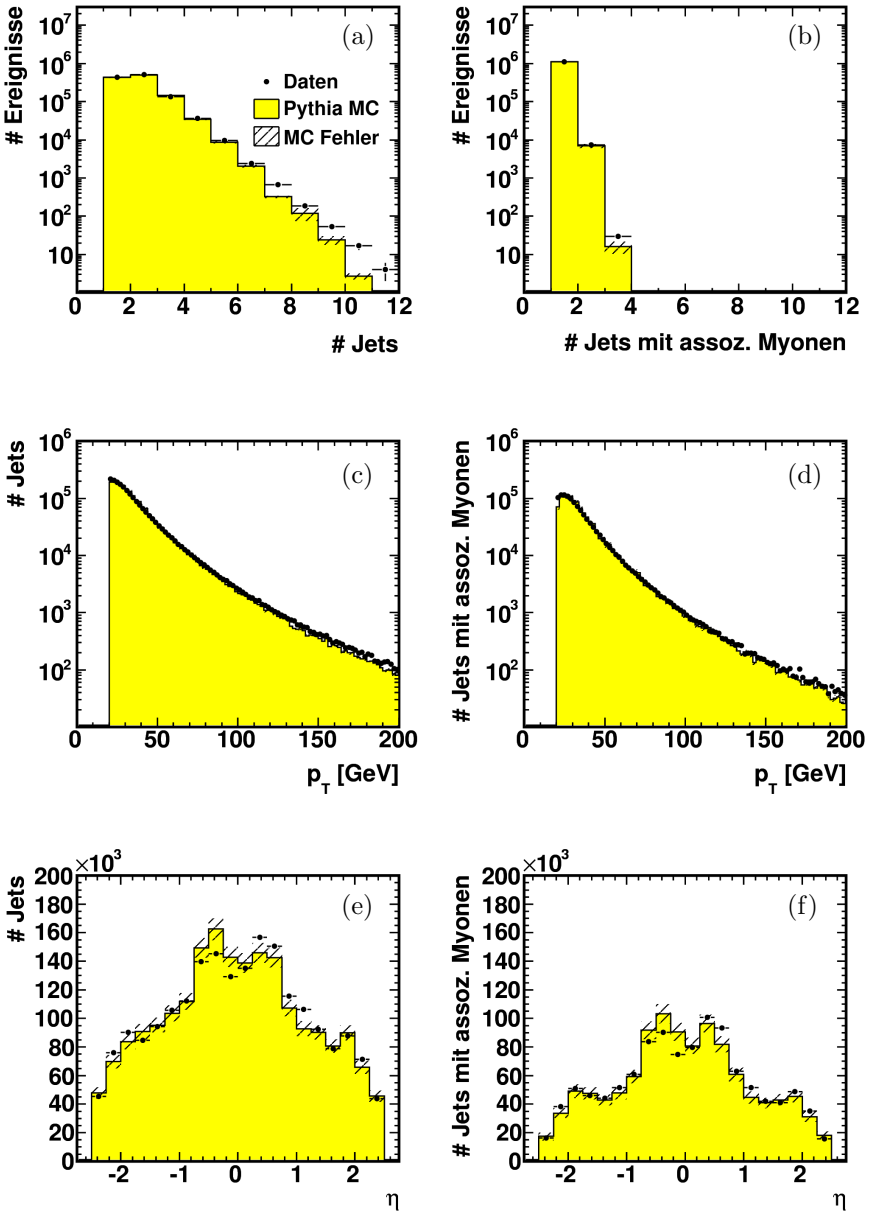


Abbildung 3.3.: Verteilungen (a-b) der Jetanzahl, (c-d) des Transversalimpulses p_{T} und (e-f) der Pseudorapidität η der Jets für Daten und Monte Carlo. Die Verteilungen auf der linken Seite sind für Jets dargestellt, die die in der Selektion beschriebenen p_{T}- und η-Schnitte erfüllen. Auf der rechten Seite sind die Verteilungen für Jets gezeigt, die zusätzlich ein assoziiertes Myon besitzen.

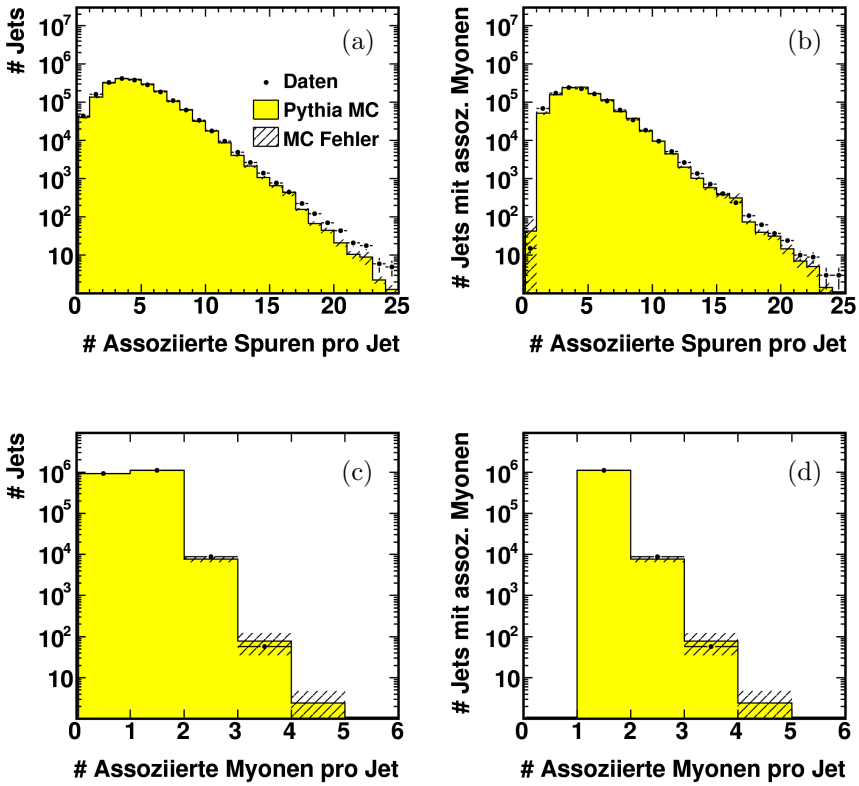


Abbildung 3.4.: Verteilungen (a-b) der Anzahl assoziierter Spuren pro Jet und (c-d) der Anzahl assoziierter Myonen pro Jet. Die Verteilungen auf der linken Seite beinhalten Jets, die die in der Selektion beschriebenen p_{T}- und η-Schnitte erfüllen. Auf der rechten Seite sind die Verteilungen für Jets gezeigt, die zusätzlich ein assoziiertes Myon besitzen.

3.3.2.2. Spuren

Die hier verwendete Spurselektion der ATLAS-Flavour-Tagging-Gruppe [19, 20] ist darauf ausgelegt, qualitativ hochwertige Spuren zu selektieren und unechte Spuren sowie Spuren aus dem Zerfall langlebiger Teilchen (wie beispielsweise K_S^0) oder aus Wechselwirkungen mit dem Detektormaterial zu verwerfen. Die Bedingungen dieser Selektion sind:

- Für den Transversalimpuls muss gelten: $p_T > 1$ GeV.
- Die Spur muss sich im zentralen Bereich des Detektors befinden, d.h. $|\eta| < 2{,}5$.
- Es wird verlangt, dass die Spur mindestens einen Treffer im b-Layer besitzt.
- Es wird verlangt, dass die Spur mindestens zwei Treffer im Pixeldetektor besitzt.
- Die Summe der Treffer im Pixeldetektor und im SCT muss größer oder gleich sieben sein.
- Für den transversalen Stoßparameter gilt: $|d_0| < 1$ mm.
- Für den longitudinalen Stoßparameter gilt: $|z_0 \cdot \sin\theta| < 1{,}5$ mm.

Von dem in Abschnitt 4.3.1 beschriebenen JetProb-Tagger werden ausschließlich Spuren, die die obigen Kriterien erfüllen und gemäß Abschnitt 3.2.3 zu einem Jet assoziiert werden konnten, verwendet.

Abbildung 3.5 zeigt für assoziierte Spuren die Spuranzahl pro Jet, den Transversalimpuls, die Pseudorapidität, die Anzahl von Treffern im b-Layer und im Pixeldetektor sowie die Summe der Treffer im Pixeldetektor und im SCT. In Abb. 3.6 sind zudem der transversale und der longitudinale Stoßparameter dargestellt. Bei allen Verteilungen ist eine gute Übereinstimmung zwischen Daten und Monte Carlo vorhanden.

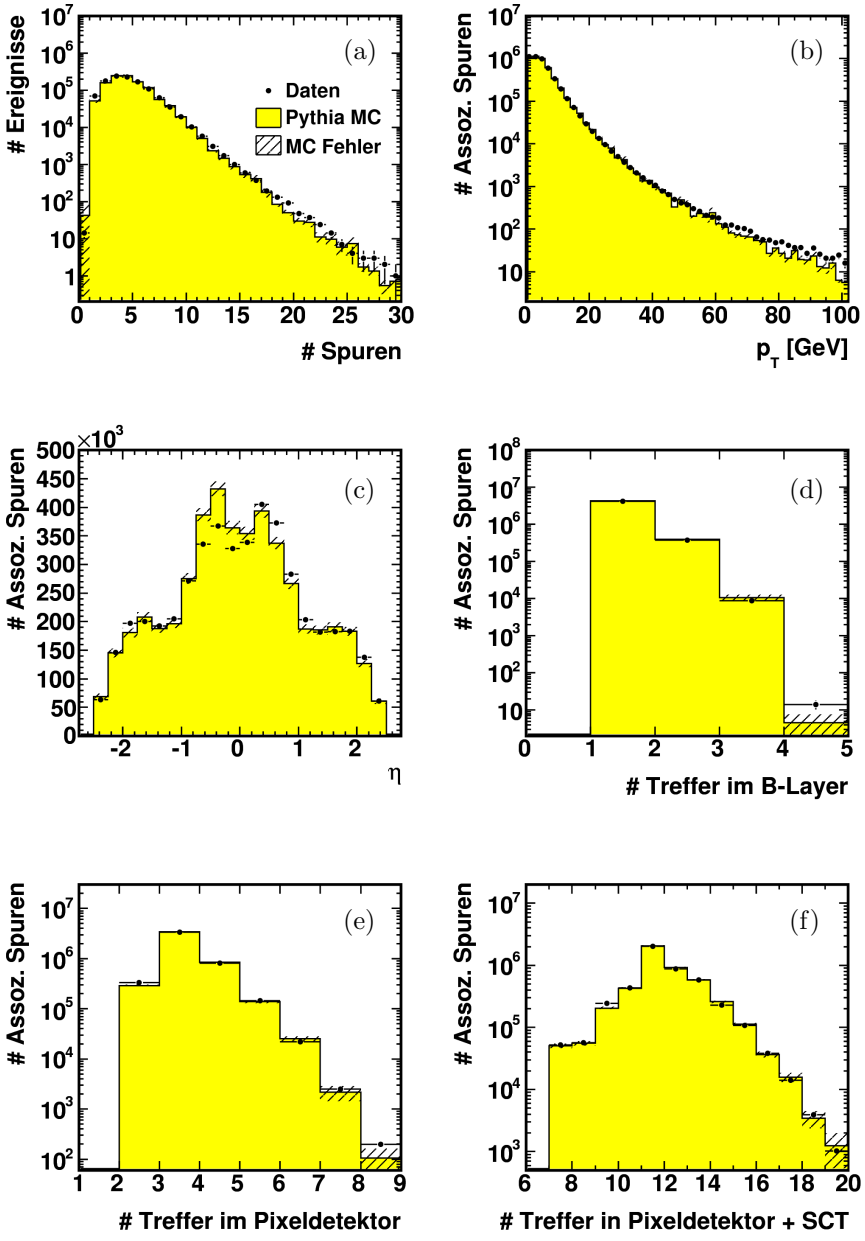


Abbildung 3.5.: Verteilungen für assoziierte Spuren für Daten und Monte Carlo: (a) Anzahl Spuren im Ereignis, (b) Transversalimpuls p_{T}, (c) Pseudorapidität η, (d) Anzahl Treffer im b-Layer, (e) Anzahl Treffer im Pixeldetektor und (f) Anzahl Treffer im Pixeldetektor + Anzahl Treffer im SCT.

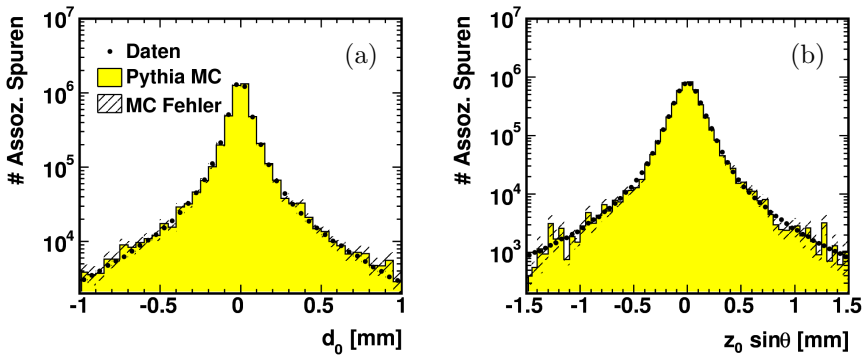


Abbildung 3.6.: Verteilungen für assoziierte Spuren in Daten und Monte Carlo: (a) Transversaler Stoßparameter d_0 und (b) longitudinaler Stoßparameter $z_0 \cdot \sin\theta$.

3.3.2.3. Myonen

Für Myonen gelten die gleichen Bedingungen wie für Spuren; die einzige Ausnahme bildet der Schnitt auf den Transversalimpuls, der auf 4 GeV angehoben wird. Für assoziierten Myonen gilt weiterhin, dass sie einen Abstand $\Delta R(\text{Jet,Myon}) < 0{,}4$ besitzen müssen. Die für assoziierte Spuren in den Abbildungen 3.5 und 3.6 gezeigten Verteilungen sind für assoziierte Myonen entsprechend in den Abbildungen 3.7 und 3.8 dargestellt. Auch hier ist eine gute Übereinstimmung zwischen Daten und Monte Carlo vorhanden.

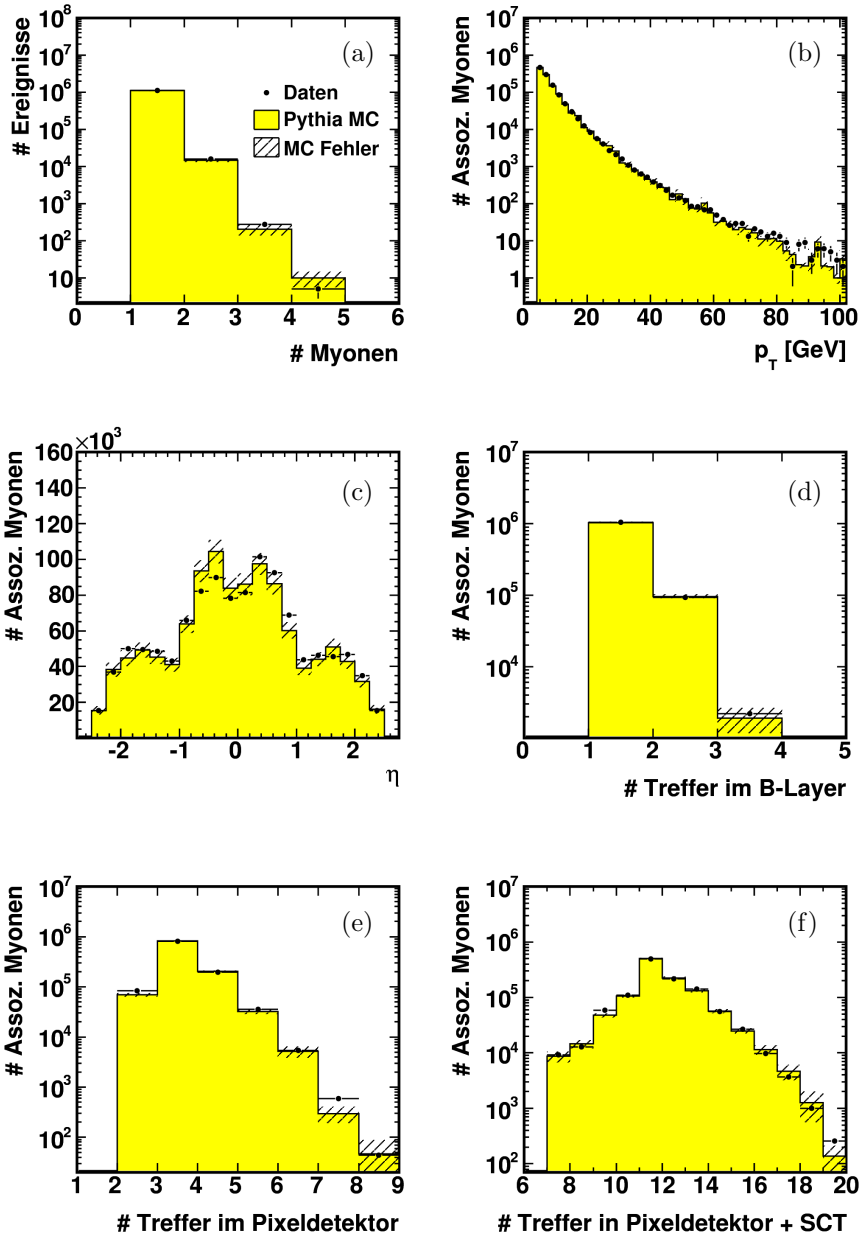


Abbildung 3.7.: Verteilungen für assoziierte Myonen in Daten und Monte Carlo: (a) Anzahl Myonen im Ereignis, (b) Transversalimpuls p_{T}, (c) Pseudorapidität η, (d) Anzahl Treffer im b-Layer, (e) Anzahl Treffer im Pixeldetektor und (f) Anzahl Treffer im Pixeldetektor + Anzahl Treffer im SCT.

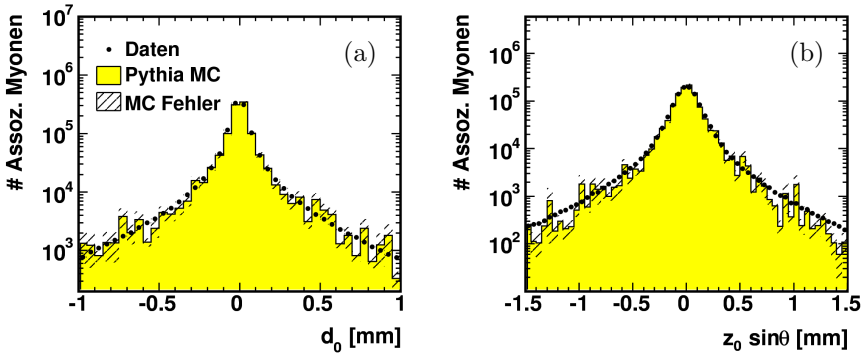


Abbildung 3.8.: Verteilungen für assoziierte Myonen in Daten und Monte Carlo: (a) Transversaler Stoßparameter d_0 und (b) longitudinaler Stoßparameter $z_0 \cdot \sin\theta$.

4. b-Tagging

Die Identifikation von b-Jets, das heißt Jets, die aus den Zerfallsprodukten von b-Quarks bestehen, ist von besonderem Interesse für die Untersuchung zahlreicher Prozesse. Neben der Analyse von b-Produktion selbst ist sie unerlässlich für Untergrundabschätzungen bei einer Vielzahl physikalischer Fragestellungen. Des Weiteren dient sie als Hilfsmittel zur Identifikation von Top-Quarks sowie bei der Suche nach dem Higgs-Boson und Supersymmetrie.

4.1. Einleitung

Wie bereits in Abschnitt 1.3 erwähnt wurde, besitzen b-Hadronen eine relativ große Lebensdauer von etwa 1,5 ps und legen im Detektor typischerweise eine Strecke von einigen Millimetern zurück, bevor sie zerfallen. In Abb. 4.1 ist die schematische Darstellung eines entsprechenden Zerfalls gezeigt, bei dem der Zerfallsort des b-Hadrons einen sekundären Vertex bildet. Spuren aus solchen Zerfällen besitzen in der Regel einen großen transversalen Stoßparameter d_0 (gemäß Abschnitt 3.2.1). Dies lässt sich dazu nutzen, um b-Jets von Jets, die von leichten Quarks stammen, zu unterscheiden. Letztere werden im Folgenden als l-Jets bezeichnet. Als weiteres Unterscheidungskriterium können die beim semileptonischen Zerfall von b-Hadronen auftretenden Leptonen genutzt werden, welche aufgrund der hohen Masse der Hadronen (5,3 bis 5,6 GeV) einen großen Transversalimpuls relativ zur Achse des zugehörigen Jets aufweisen.

Die Algorithmen, die zur Identifikation von b-Jets verwendet werden, bezeichnet man als Tagger. Die Ausgabevariable eines Taggers, das sogenannte Gewicht, ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass es sich bei dem untersuchten Jet um einen b-Jet handelt. Für einen gegebenen Arbeitspunkt eines Taggers, der durch einen Schnitt auf das Gewicht festgelegt wird, sind die Effizienz ϵ und die Untergrundunterdrückung r wie folgt definiert:

$$\epsilon = \frac{\text{Anzahl der } b\text{-Jets, die den Tagger passieren}}{\text{Anzahl aller } b\text{-Jets}}, \tag{4.1}$$

$$r = \frac{\text{Anzahl aller } l\text{-Jets}}{\text{Anzahl der } l\text{-Jets, die den Tagger passieren}}. \tag{4.2}$$

Die Untergrundunterdrückung ist folglich der Kehrwert der Effizienz für l-Jets.

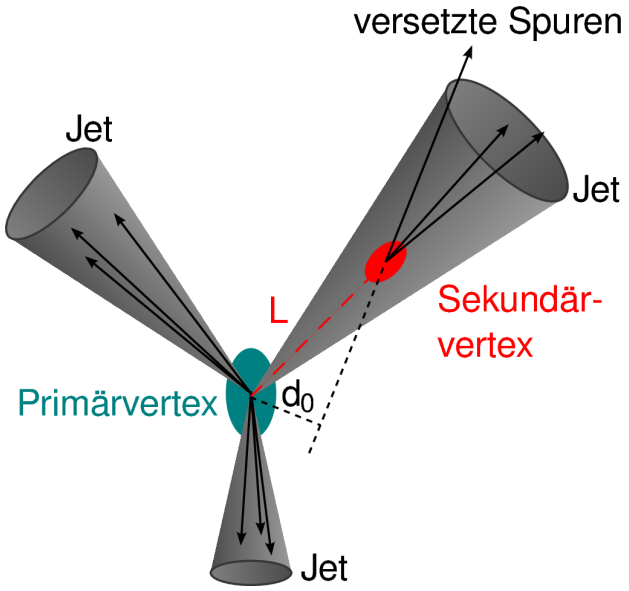


Abbildung 4.1.: Schematische Darstellung eines Ereignisses mit drei Jets. Der rechte obere Jet resultiert aus dem Zerfall eines b-Hadrons, das, bevor es zerfällt, eine Strecke L im Detektor zurücklegt.

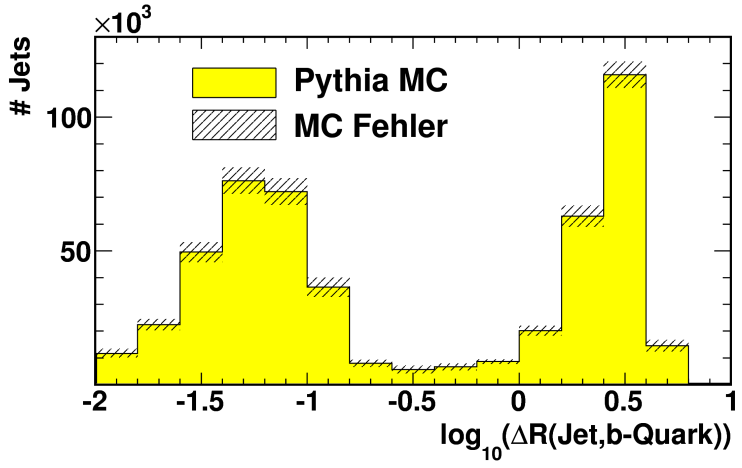


Abbildung 4.2.: Dekadischer Logarithmus des Abstands ΔR zwischen einem Jet und dem nächstgelegenen b-Quark mit $p_{\mathrm{T}} > 5$ GeV. Es wurde die übliche in Abschnitt 3.3 beschriebene Normierung verwendet, so dass die Anzahl von Ereignissen nach der Ereignisselektion derjenigen in Daten entspricht.

4.2. Klassifikation mittels Wahrinformationen

Um einzuordnen, ob es sich bei einem Jet um einen b-Jet oder einen l-Jet handelt, werden die Wahrinformationen der verwendeten Monte-Carlo-Simulationen genutzt [19]. Jets, die sich in einem Abstand $\Delta R < 0{,}3$ zu einem b-Quark mit einem Transversalimpuls von $p_{\mathrm{T}} > 5\,\mathrm{GeV}$ befinden, werden für die Untersuchung in dieser Arbeit als b-Jets klassifiziert. Jets, für die dies nicht zutrifft, werden als l-Jets bezeichnet.
In Abb. 4.2 ist der Abstand aller Jets zum jeweils nächstgelegenen b-Quark mit $p_{\mathrm{T}} > 5\,\mathrm{GeV}$ dargestellt. Für den Fall, dass kein entsprechendes b-Quark im Ereignis vorhanden ist, werden keine Einträge vorgenommen. Die Jets werden gemäß Abschnitt 3.3.2.1 selektiert, wobei kein assoziiertes Myon verlangt wird. Alle Jets mit $\Delta R < 0{,}3$ (also mit $\log_{10}(\Delta R) < \log_{10}(0{,}3) \approx -0{,}5$) werden als b-Jets klassifiziert.

4.3. Tagging-Methoden

Im Folgenden werden die drei in dieser Arbeit verwendeten Tagging-Algorithmen vorgestellt. Dabei handelt es sich zum einen um den JetProb-Tagger, der den transversalen Stoßparameter d_0 verwendet. Des Weiteren wird der AwaySide-Tagger beschrieben, der eine Abwandlung des JetProb-Taggers darstellt. Schließlich folgt die Beschreibung des SoftMuon-Taggers, der die zu Jets assoziierten Myonen zur Identifikation von b-Jets verwendet.

4.3.1. JetProb-Tagger

Bei JetProb [19, 11] handelt es sich um eine Implementierung des ALEPH Tagging-Algorithmus [21], der bereits bei LEP und später auch am Tevatron eingesetzt wurde.

Als Eingangsparameter verwendet JetProb die Signifikanz des transversalen Stoßparameters d_0. Unter der Signifikanz versteht man den Wert einer Größe geteilt durch ihren Fehler. Auf Grund der langen Lebensdauer von b-Hadronen besitzen Spuren aus deren Zerfällen in der Regel einen größeren transversalen Stoßparameter als Spuren, die vom Primärvertex stammen. Um diese Unterscheidung zusätzlich zu verbessern, wird der Stoßparameter mit einem Vorzeichen bezüglich der Jet-Achse versehen. Hierbei wird das Vorzeichen wie folgt aus der Richtung $\vec{p}_{\mathrm{Jet}}$ des Jets (die durch das Kalorimeter-System bestimmt wird), der Richtung $\vec{p}_{\mathrm{Spur}}$ der Spur sowie der Position $\vec{x}_{PV}$ des Primärvertex und dem Punkt größter Annäherung $\vec{x}_{\mathrm{Spur}}$ der Spur an den Primärvertex bestimmt:

$$\mathrm{sign}(d_0) = (\vec{p}_{\mathrm{Spur}} \times \vec{p}_{\mathrm{Jet}}) \cdot (\vec{p}_{\mathrm{Spur}} \times (\vec{x}_{Spur} - \vec{x}_{\mathrm{PV}})). \tag{4.3}$$

Das so bestimmte Vorzeichen ist positiv, wenn der Schnittpunkt einer Spur oder ihrer Extrapolation mit der Jet-Achse bezüglich der Richtung des Jets hinter dem

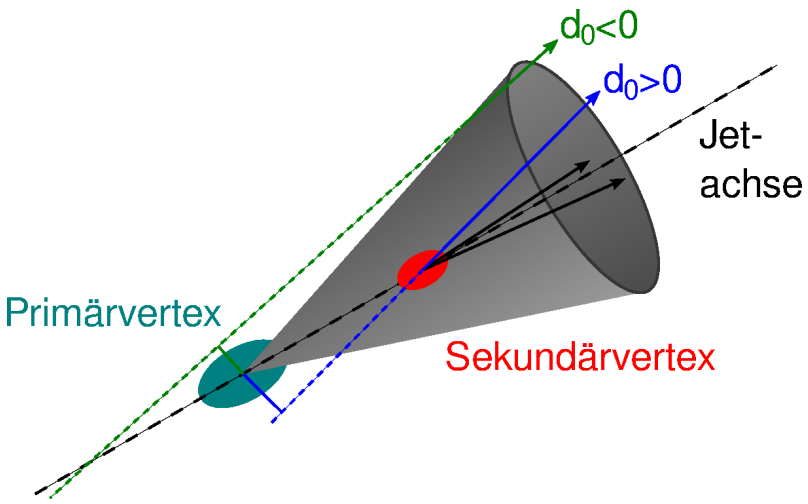


Abbildung 4.3.: Schematische Darstellung der Definition des Vorzeichens des transversalen Stoßparameters d_0.

Primärvertex liegt, und negativ, wenn er vor dem Primärvertex liegt. Dies ist in Abb. 4.3 illustriert.

Ein von Null verschiedener Wert des Stoßparameters von Spuren, die vom Primärvertex stammen, resultiert aus der begrenzten experimentellen Auflösung und besitzt daher ein zufälliges Vorzeichen. Dagegen tendieren die Stoßparameter von Spuren aus Zerfällen von b-Hadronen zu einem positiven Vorzeichen, da sie nicht vom Primärvertex stammen (vgl. Abb. 4.3) und der Zerfallsort eines b-Hadrons entlang seiner Flugbahn liegen muss.

In Abb. 4.4 sind der transversale Stoßparameter d_0 sowie die transversale Stoßparametersignifikanz $S_{d_0} = d_0/\sigma_{d_0}$, die verwendet wird, um gut gemessenen Spuren ein höheres Gewicht zu geben, aufgetragen. In der oberen Reihe sind die auf 1 normierten Verteilungen von d_0 und S_{d_0} für b-Jets und l-Jets dargestellt. Wie erwartet liegen die Kurven für b-Jets im positiven Bereich deutlich über denen für l-Jets. Die Ursache dafür, dass die Kurven für l-Jets im positiven Bereich auch zu höheren Werten tendieren als im negativen Bereich, sind die hierin enthaltenen, aus dem Zerfall von c-Hadronen entstandenen Jets, da c-Hadronen ebenfalls eine nicht zu vernachlässigende Lebensdauer besitzen. Die Tatsache, dass die Verteilung von S_{d_0} für b-Jets auch bei hohen negativen Werten deutlich über der für l-Jets liegt, ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass in einigen Fällen Spuren ein falsches Vorzeichen zugewiesen bekommen. Dies kann passieren, wenn in kaskadischen Zerfällen von b-Hadronen das b-Hadron und das c-Hadron nicht die gleiche Flugrichtung haben, so dass Spuren, die eigentlich vom Zerfall des c-Hadrons stammen, aber fälschlicherweise dem b-Hadron zugeordnet werden, einen signifikanten negativen Stoßparameter erhal-

ten. Dieses Merkmal ist für S_{d_0} ausgeprägter als für d_0: Spuren von l-Jets, die einen großen Stoßparamter d_0 besitzen, weisen in der Regel auch eine große Unsicherheit σ_{d_0} auf, da sie für gewöhnlich vom Primärvertex stammen und nur aufgrund von Auflösungseffekten einen von Null verschiedenen Wert von d_0 annehmen. Bei den Spuren aus b-Jets ist dies jedoch anders; sie können einen hohen Wert von d_0 mit geringer Unsicherheit σ_{d_0} besitzen. In der unteren Reihe von Abb. 4.4 ist der Vergleich zwischen Daten und Monte Carlo dargestellt, wobei hier nicht zwischen b-Jets und l-Jets unterschieden wurde. Eine gute Übereinstimmung ist erkennbar.

Für jede Spur i ist die Wahrscheinlichkeit $\mathcal{P}_i$, dass eine Spur, die vom Primärvertex stammt, eine Stoßparametersignifikanz besitzt, welche größer oder gleich $d_0^i/\sigma_{d_0}^i$ ist, gegeben durch

$$\mathcal{P}_i = \int_{-\infty}^{-|d_0^i/\sigma_{d_0}^i|} \mathcal{R}(x)\,\mathrm{d}x. \tag{4.4}$$

Bei $\mathcal{R}$ handelt es sich um die sogenannte Auflösungsfunktion. Diese kann aus Daten bestimmt werden, indem man die negative Seite der Verteilung der vorzeichenbehafteten Stoßparametersignifikanz verwendet. Hierbei wird angenommen, dass die negative Seite der Verteilung ausschließlich auf Grund der experimentellen Auflösung zustande kommt, und Beiträge, die aus der Lebensdauer von Hadronen resultieren, vernachlässigbar sind. An die negative Seite der Verteilung wird die Auflösungsfunktion

$$\mathcal{R}(x) = p_0 e^{-x^2/2p_1^2} + p_2 e^{-x^2/2p_3^2} + e^{-p_4 - p_5|x|} + e^{-p_6 - p_7|x|}, \tag{4.5}$$

die aus zwei Gaußfunktionen für den Bereich kleiner $|S_{d_0}|$ und zwei Exponentialfunktionen für die äußere Flanke besteht, angepasst, wobei die Normierung

$$\int_{-\infty}^{0} \mathcal{R}(x)\,\mathrm{d}x = 1 \tag{4.6}$$

verwendet wird.

Um die Jet-Wahrscheinlichkeit $\mathcal{P}_{\mathrm{jet}}$ zu erhalten, verwendet man alle N zu einem Jet gehörenden Spuren, die eine positive Stoßparametersignifikanz besitzen. Die Wahrscheinlichkeiten $\mathcal{P}_i$ der einzelnen Spuren werden wie folgt kombiniert:

$$\mathcal{P}_{\mathrm{jet}} = \mathcal{P}_0 \sum_{k=0}^{N-1} \frac{(-\ln \mathcal{P}_0)^k}{k!} \qquad \text{mit} \qquad \mathcal{P}_0 = \prod_{i=1}^{N} \mathcal{P}_i. \tag{4.7}$$

Hierbei handelt es sich um die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Jet, der vom Primärvertex stammt, ein Produkt von Spurwahrscheinlichkeiten besitzt, das kleiner oder gleich $\mathcal{P}_0$ ist. Ein Jet, der aus Zerfallsprodukten von b-Quarks besteht, wird daher in der Regel einen niedrigeren Wert von $\mathcal{P}_{\mathrm{jet}}$ besitzen als ein Jet, der vom Primärvertex stammt. Eine Herleitung von Gleichung 4.7 befindet sich in Anhang C. Bei $\mathcal{P}_{\mathrm{jet}}$ handelt es sich um das Gewicht, das der Tagger zurück liefert. Aus praktischen Gründen verwendet man meistens den negativen dekadischen Logarithmus von $\mathcal{P}_{\mathrm{jet}}$.

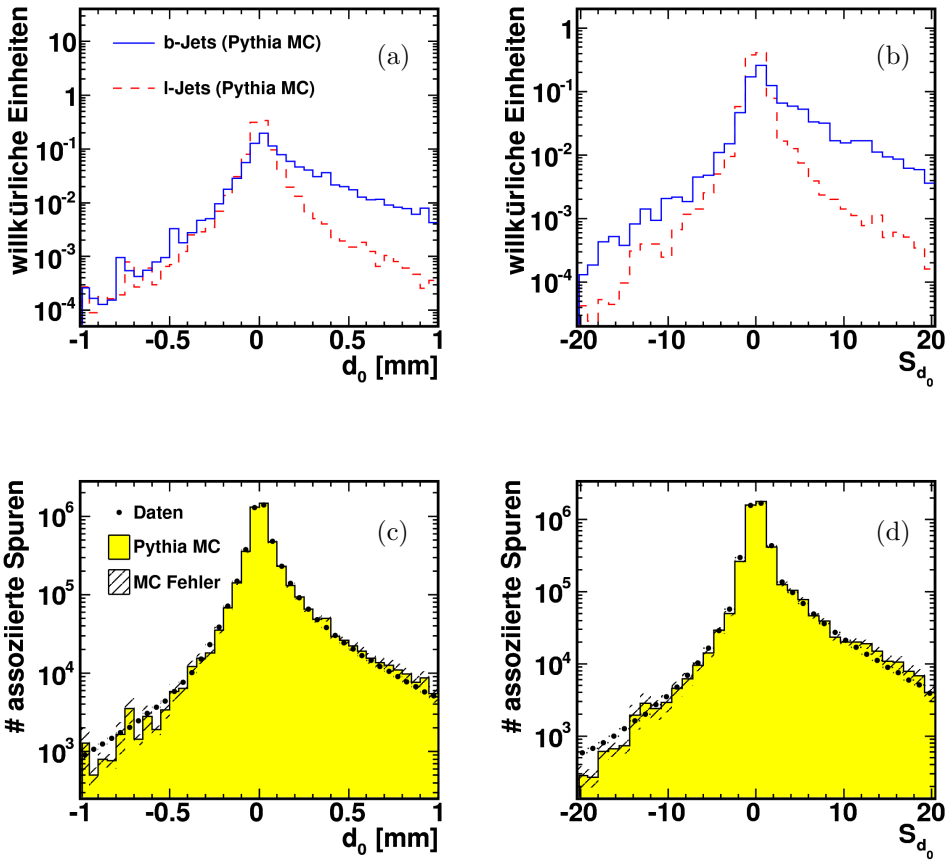


Abbildung 4.4.: (a) Auf 1 normierte Verteilungen des transversalen Stoßparameters d_0 für b-Jets und l-Jets. (b) Auf 1 normierte Verteilungen der transversalen Stoßparametersignifikanz S_{d_0} für b-Jets und l-Jets. (c)-(d) Verteilungen des transversalen Stoßparameters d_0 und der transversalen Stoßparametersignifikanz S_{d_0} für Daten und Monte Carlo.

In Abb. 4.5 ist links der negative dekadische Logarithmus des JetProb-Gewichts $\mathcal{P}_{\text{jet}}$ für b- und l-Jets dargestellt. Wie zu sehen ist, ermöglicht dieser eine gute Unterscheidung zwischen den beiden Jetarten. Auf der rechten Seite ist der Vergleich zwischen Daten und Monte Carlo dargestellt. Hier ist eine gute Übereinstimmung erkennbar.

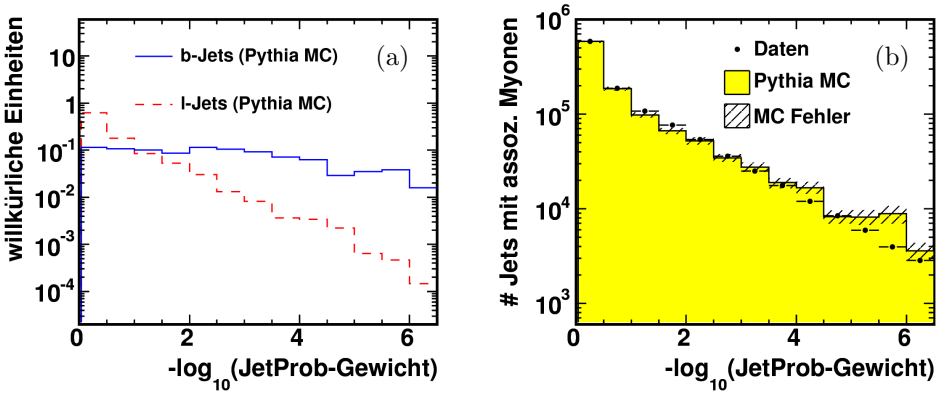


Abbildung 4.5.: Negativer dekadischer Logarithmus des Gewichts des JetProb-Taggers: (a) Auf 1 normierte Verteilungen für b-Jets und l-Jets, (b) Verteilungen für Daten und Monte Carlo.

4.3.2. AwaySide-Tagger

Bei dem hier vorgestellten AwaySide-Tagger handelt es sich um eine Abwandlung des JetProb-Taggers. Um einen mit dem JetProb-Tagger gering korrelierten Tagging-Algorithmus zu erhalten, wird hierbei ausgenutzt, dass b-Quarks – wie in Abschnitt 1.3 beschrieben – dominant als $b\bar{b}$-Paare produziert werden. Da die beiden b-Jets vorzugsweise in entgegengesetzter Richtung auseinanderfliegen, ist es wahrscheinlich, dass es sich bei einem Jet, dessen Flugrichtung entgegengesetzt zur Flugrichtung eines b-Jets verläuft, ebenfalls um einen b-Jet handelt. Diese Tatsache nutzt man beim AwaySide-Tagging [22] aus.
Das AwaySide-Gewicht eines Jets ist dabei wie folgt definiert: Es ist gleich demjenigen JetProb-Gewicht eines gegenüberliegenden Jets, welches den höchsten negativen dekadischen Logarithmus besitzt. Hierbei wird also das Gewicht desjenigen gegenüberliegenden Jets verwendet, der am wahrscheinlichsten aus dem Zerfall eines b-Quarks stammt. Der AwaySide-Tagger wird also nicht von eventuell vorhandenen zusätzlichen Jets, welche von leichten Quarks stammen, beeinflusst. Für den Fall, dass kein gegenüberliegender Jet existiert, wird dem betrachteten Jet ein AwaySide-Gewicht von 1 zugewiesen, was einem negativen dekadischen Logarithmus von 0 entspricht.
Das Prinzip des AwaySide-Taggers ist zur Veranschaulichung in Abb. 4.6 dargestellt.

Als Kriterium, ob ein Jet dem zu betrachtenden Jet gegenüberliegt, wird verlangt, dass zwischen beiden ein $\Delta\phi > 2{,}0$ besteht. Bei den gegenüberliegenden Jets handelt es sich um solche, die die Selektion gemäß Abschnitt 3.3.2.1 erfüllen, wobei jedoch kein assoziiertes Myon verlangt wird.
In Abb. 4.7 ist der Abstand $\Delta\phi$ zwischen dem zu betrachtenden Jet mit assoziiertem Myon und dem gegenüberliegenden Jet mit dem höchsten negativen dekadischen Logarithmus des JetProb-Gewichts dargestellt. Wie erwartet ist zu sehen, dass die Jets bevorzugt in entgegengesetzter Richtung auseinanderfliegen.

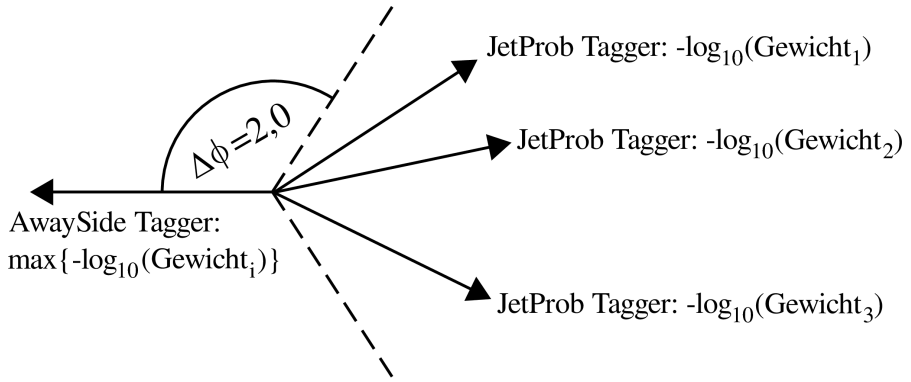


Abbildung 4.6.: Das AwaySide-Gewicht eines Jets ist gleich dem JetProb-Gewicht desjenigen Jets in einer Entfernung $\Delta\phi > 2{,}0$, welcher den höchsten negativen dekadischen Logarithmus des JetProb-Gewichts besitzt.

4.3.3. SoftMuon-Tagger

b-Hadronen besitzen ein signifikantes semileptonisches Verzweigungsverhältnis von etwa 11% für direkte ($b \to l\nu_l X$) und 10% für kaskadische semileptonische Zerfälle ($b \to c \to l\nu_l X$) [3]. Der SoftMuon-Tagger verwendet nun die Eigenschaften von zu Jets assoziierten Myonen, um b-Jets zu identifizieren. Die Bezeichnung „soft“ bezieht sich in diesem Zusammenhang darauf, dass Myonen aus diesen Zerfällen einen kleineren Impuls haben als solche, die aus den Zerfällen schwerer Teilchen wie Z- oder W-Bosonen stammen. Zwar ist die Effizienz des SoftMuon-Taggers durch das semileptonische Verzweigungsverhältnis intrinsisch limitiert, aber durch seine geringen Korrelationen mit Taggern wie JetProb, die Lebensdauerinformationen verwenden, eignet sich der SoftMuon-Tagger gut dazu, Kreuzkalibrierungen mit diesen Tagger vorzunehmen.

In einem ersten Schritt werden Myonen wie in Abschnitt 3.3.2.1 beschrieben zu Jets assoziiert. Der SoftMuon-Tagger verwendet dann $p_{\mathrm{T}}^{\mathrm{rel}}$, die Komponente des Impulses des Myons, die senkrecht zur Jet-Achse steht, um b-Jets von l-Jets zu unterscheiden.

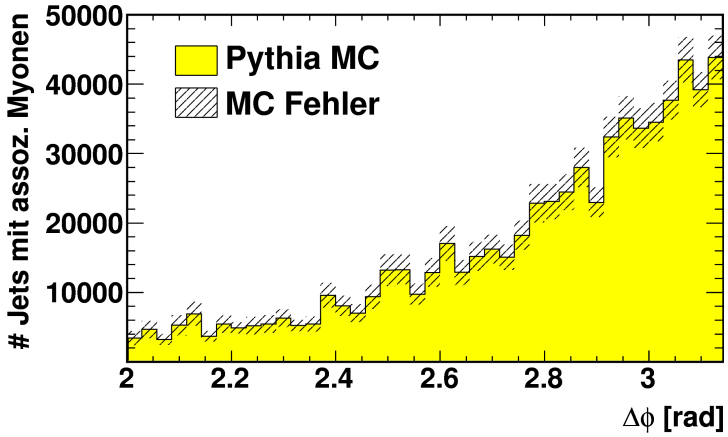


Abbildung 4.7.: Abstand $\Delta\phi$ zwischen dem zu betrachtenden Jet mit assoziiertem Myon und dem gegenüberliegenden Jet mit dem höchsten negativen dekadischen Logarithmus des JetProb-Gewichts. Es wurde die übliche in Abschnitt 3.3 beschriebene Normierung verwendet, so dass die Anzahl von Ereignissen nach der Ereignisselektion derjenigen in Daten entspricht.

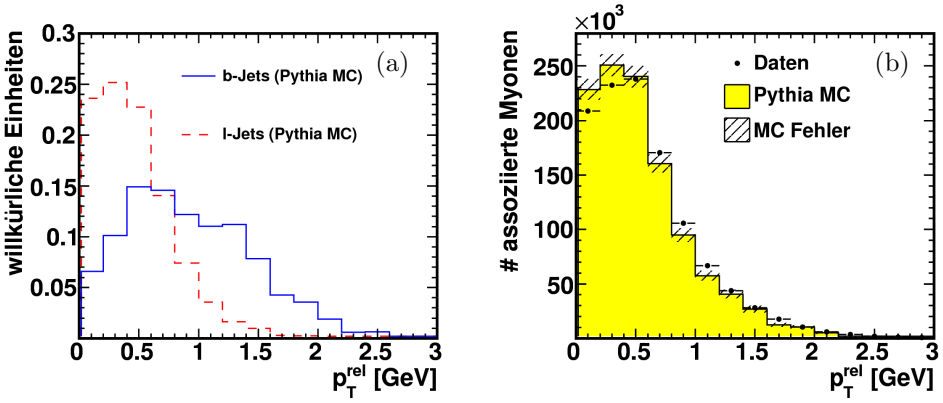


Abbildung 4.8.: (a) Auf 1 normierte Verteilungen der Komponente des Myonimpulses, die senkrecht zur Jet-Achse steht ($p_{\mathrm{T}}^{\mathrm{rel}}$), für b-Jets und l-Jets. (b) $p_{\mathrm{T}}^{\mathrm{rel}}$-Verteilungen für Daten und Monte Carlo.

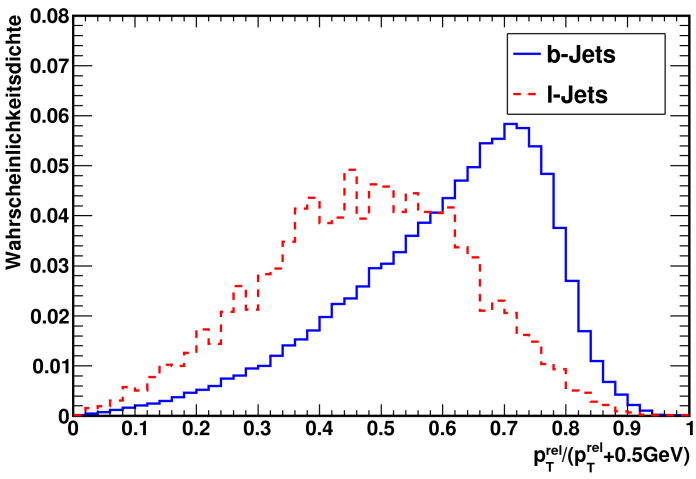


Abbildung 4.9.: Wahrscheinlichkeitsdichte für $p_{\mathrm{T}}^{\mathrm{rel}}$ von Myonen aus b-Jets und aus Jets die von leichten Quarks stammen [11].

Diese ist, wie in Abb. 4.8 (a) zu sehen ist, aufgrund der hohen Masse der b-Hadronen bei Myonen aus b-Hadron-Zerfällen in der Regel größer als bei Myonen aus dem Zerfall leichter Quarks. Bei den in Abb. 4.8 (b) dargestellten Verteilungen von $p_{\mathrm{T}}^{\mathrm{rel}}$ für Daten und Monte Carlo ist eine gute Übereinstimmung zu erkennen.

Die Separation von b- und l-Jets wird mittels eines Likelihood-Verhältnisses vorgenommen. Abbildung 4.9 zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichten für $p_{\mathrm{T}}^{\mathrm{rel}}$, die der SoftMuon-Tagger in diesem Zusammenhang verwendet. Diese wurden in [11] aus Monte-Carlo-Simulationen bestimmt. Statt $p_{\mathrm{T}}^{\mathrm{rel}}$ wird hier die Variable $p_{\mathrm{T}}^{\mathrm{rel}}/(p_{\mathrm{T}}^{\mathrm{rel}} + 0{,}5\ \mathrm{GeV})$ verwendet, um eine glatte Funktion für die Wahrscheinlichkeitsdichte zu erhalten. Für die in Abb. 4.9 dargestellten l-Jets wurde eine andere Konvention als in dieser Arbeit verwendet, so dass Jets, die von c-Quarks stammen, nicht inbegriffen sind.

Das Likelihood-Verhältnis wird gemäß

$$Q = \frac{e_b \cdot L(p_{\mathrm{T}}^{\mathrm{rel}}|b\text{-Jets})}{e_l \cdot L(p_{\mathrm{T}}^{\mathrm{rel}}|l\text{-Jets})} \tag{4.8}$$

berechnet, wobei e_b (e_l) der Anteil der b-Jets (Jets von leichten Quarks) ist, die ein Myon enthalten, das die obige Selektion passiert. Der Tagger liefert $\ln(Q)$ als Gewicht eines Jets zurück. Dieses Gewicht ist in Abb. 4.10 (a) für b- und l-Jets dargestellt. Da b-Jets zu einem höheren Gewicht tendieren, ist hiermit eine Unterscheidung zwischen b- und l-Jets möglich. Das linke Maximum der Gewichtsverteilung von b-Jets in Abb. 4.10 (a) stammt vermutlich von Myonen aus kaskadisch zerfallenden b-Hadronen. Dies konnte allerdings mit den im verwendeten Monte Carlo zur Verfügung stehenden

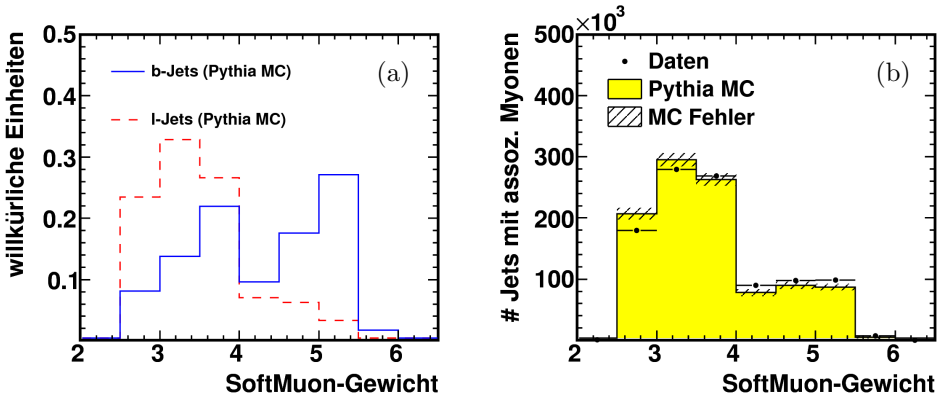


Abbildung 4.10.: Gewichtsverteilung des SoftMuon-Taggers: (a) Auf 1 normierte Verteilungen für b-Jets und l-Jets, (b) Verteilungen für Daten und Monte Carlo.

Informationen nicht nachgeprüft werden. Der Vergleich zwischen Daten und Monte Carlo in Abb. 4.10 (b) zeigt, dass die Daten gut vom verwendeten Monte Carlo beschrieben werden.

4.4. Bestimmung der b-Tagging Effizienz mittels Monte-Carlo-Simulationen

Im Falle von Monte-Carlo-Simulationen ist es möglich, die Effizienz ε und die Untergrundunterdrückung r eines b-Tagging-Algorithmus direkt mit Hilfe von Wahrinformationen zu bestimmen. Hierzu werden die Jets zunächst gemäß Abschnitt 4.2 als b- und l-Jets klassifiziert. Dann wird für einen gewählten Schnitt auf das Gewicht des betrachteten Taggers die Anzahl der b-Jets und die Anzahl der l-Jets bestimmt, die diesen Schnitt passieren. Aus diesen werden dann unter Verwendung der Gleichungen 4.1 und 4.2 ε und r bestimmt.

Die auf diese Weise für den JetProb-Tagger bestimmte b-Tagging-Effizienz und Untergrundunterdrückung für den Gewichtsbereich von $0{,}5 < -\log_{10}(\text{JetProb}) < 3{,}5$ sind in Abb. 4.11 dargestellt. In Abb. 4.12 ist die Untergrundunterdrückung gegen die b-Tagging-Effizienz aufgetragen. Wie erwartet besitzt der Tagging-Algorithmus für hohe b-Tagging-Effizienzen nur eine geringe Untergrundunterdrückung. Bei der Wahl des Arbeitspunktes muss also abgewogen werden zwischen einer hohen b-Tagging-Effizienz (und der damit verbundenen hohen Statistik) und einer hohen b-Reinheit der den Tagger passierenden Jets. Die Unebenheiten der Kurven in den Abbildungen 4.11 und

4.12 resultieren aus statistischen Fluktuationen des PYTHIA-Monte-Carlos, das wie in Abschnitt 3.1.2 erläutert, aus verschiedenen, nach dem Transversalimpuls der Partonen aufgespaltenen Datensätzen besteht. Da diese gemäß ihrer integrierten Luminosität gewichtet werden, werden Fluktuationen in den niederenergetischen Datensätzen verstärkt.

Es ist unklar, inwieweit diese ausschließlich mittels Monte-Carlo-Simulationen bestimmten Effizienzen mit den tatsächlichen Effizienzen in Daten übereinstimmen. Daher ist es erstrebenswert, die Effizienzen eines Tagging-Algorithmus direkt aus Daten zu extrahieren. Dies würde neben der Bestimmung der Effizienzen auch ein Maß für die Güte ihrer Simulation liefern. Mit System8 wird im folgenden Kapitel eine solche Methode vorgestellt, die die Bestimmung von b-Tagging-Effizienzen aus Daten ermöglicht.

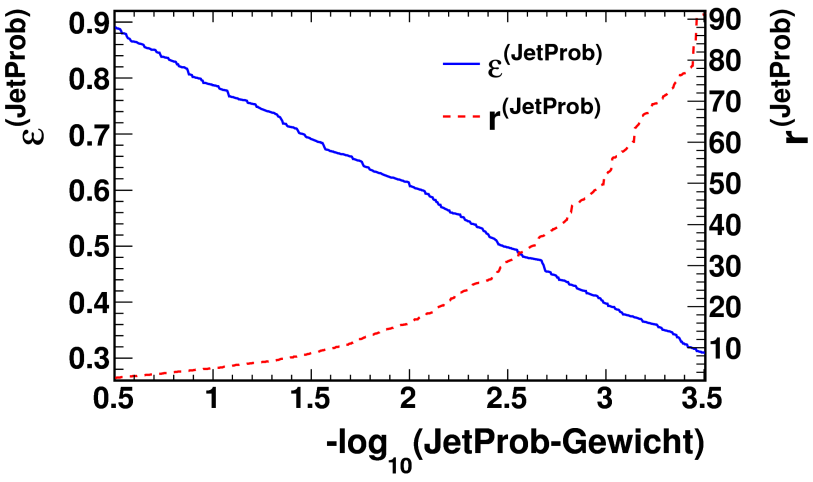


Abbildung 4.11.: Mittels Wahrinformationen des PYTHIA-Monte-Carlos bestimmte b-Tagging-Effizienz und Untergrundunterdrückung des JetProb-Taggers in Abhängigkeit des Tagger-Gewichts.

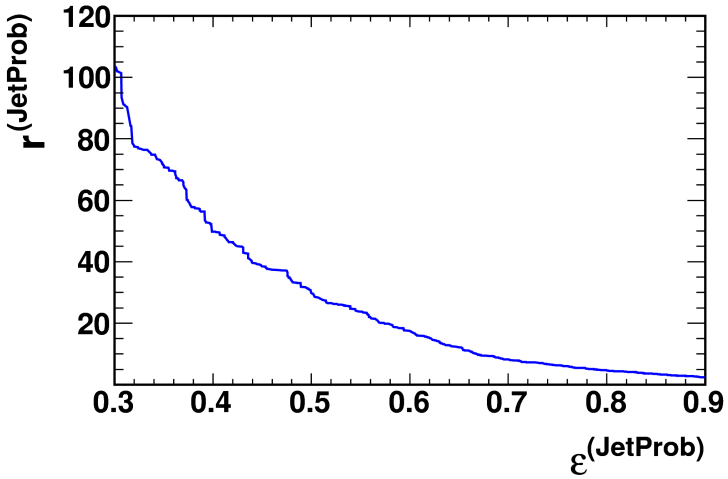


Abbildung 4.12.: Mittels Wahrinformationen des PYTHIA-Monte-Carlos bestimmte Untergrundunterdrückung des JetProb-Taggers in Abhängigkeit der b-Tagging-Effizienz.

5. System8

Bei System8 handelt es sich um eine Methode, die zur Bestimmung der Effizienz eines Taggers genutzt werden kann. Im Gegensatz zu der in Abschnitt 4.4 beschriebenen Bestimmung von Effizienzen aus Monte Carlo mittels Wahrinformationen ist es mit System8 auch möglich, Effizienzen aus Daten zu bestimmen. Eine Abhängigkeit von Monte-Carlo-Simulationen tritt lediglich indirekt in Form von Korrekturfaktoren auf. Die System8-Methode wurde bereits beim DØ-Detektor am Tevatron erfolgreich angewandt [23, 22] und wird hier auf den ATLAS-Detektors übertragen.

5.1. Das Gleichungssystem

Zur Anwendung von System8 benötigt man drei Unterscheidungskriterien, welche im Folgenden mit X, Y und Z bezeichnet werden. Diese Kriterien entsprechen drei unterschiedlichen Taggern mit fest gewähltem Schnitt auf das Gewicht des jeweiligen Taggers. Neben der Bestimmung der Effizienzen ε der drei Tagger für Signal und Untergrund erhält man mittels System8 auch die Anzahl von Objekten im Signal- und Untergrundanteil (n_{Signal}, $n_{\text{Untergrund}}$). Im Folgenden wird der Signalanteil mit b, der Untergrundanteil mit l bezeichnet, da bei der Identifikation von b-Jets solche Jets, die von leichten Quarks stammen, als Untergrund betrachtet werden.

Die acht Eingangsparameter $\vec{N}$ für System8, die direkt aus den Daten extrahiert werden können, sind die Gesamtanzahl N der Jets, welche eine bestimmte Selektion passieren, sowie die jeweilige Anzahl der Jets, die sowohl diese Selektion als auch eines der drei Tagging-Kriterien oder eine Kombination dieser Kriterien erfüllen:

$$\vec{N} = \left\{ N, N^{(X)}, N^{(Y)}, N^{(Z)}, N^{(X,Y)}, N^{(Y,Z)}, N^{(Z,X)}, N^{(X,Y,Z)} \right\}. \tag{5.1}$$

Jede Anzahl besteht wiederum aus einem Signalanteil

$$\vec{n}_b = \left\{ n_b, n_b^{(X)}, n_b^{(Y)}, n_b^{(Z)}, n_b^{(X,Y)}, n_b^{(Y,Z)}, n_b^{(Z,X)}, n_b^{(X,Y,Z)} \right\} \tag{5.2}$$

und einem Untergrundanteil

$$\vec{n}_l = \left\{ n_l, n_l^{(X)}, n_l^{(Y)}, n_l^{(Z)}, n_l^{(X,Y)}, n_l^{(Y,Z)}, n_l^{(Z,X)}, n_l^{(X,Y,Z)} \right\}, \tag{5.3}$$

was sich also schreiben lässt als

$$\begin{array}{rcrcl} n_b & + & n_l & = & N \\ n_b^{(X)} & + & n_l^{(X)} & = & N^{(X)} \\ n_b^{(Y)} & + & n_l^{(Y)} & = & N^{(Y)} \\ n_b^{(Z)} & + & n_l^{(Z)} & = & N^{(Z)} \\ n_b^{(X,Y)} & + & n_l^{(X,Y)} & = & N^{(X,Y)} \\ n_b^{(Y,Z)} & + & n_l^{(Y,Z)} & = & N^{(Y,Z)} \\ n_b^{(Z,X)} & + & n_l^{(Z,X)} & = & N^{(Z,X)} \\ n_b^{(X,Y,Z)} & + & n_l^{(X,Y,Z)} & = & N^{(X,Y,Z)}. \end{array} \tag{5.4}$$

Die Anzahl von Jets im Signal- bzw. Untergrundanteil, die einen Tagger T passieren ($n_b^{(T)}$ bzw. $n_l^{(T)}$), kann als Produkt des Signal- bzw. Untergrundanteils (n_b bzw. n_l) und der Signal- bzw. Untergrundeffizienz des entsprechenden Taggers ($\varepsilon_b^{(T)}$ bzw. $\varepsilon_l^{(T)}$) geschrieben werden:

$$n_{b,l}^{(T)} = \varepsilon_{b,l}^{(T)} \cdot n_{b,l}. \tag{5.5}$$

Entsprechendes gilt auch für jede Kombination verschiedener Tagger. Somit lässt sich Gleichung 5.4 schreiben als

$$\begin{array}{rcrcl} n_b & + & n_l & = & N \\ \varepsilon_b^{(X)} n_b & + & \varepsilon_l^{(X)} n_l & = & N^{(X)} \\ \varepsilon_b^{(Y)} n_b & + & \varepsilon_l^{(Y)} n_l & = & N^{(Y)} \\ \varepsilon_b^{(Z)} n_b & + & \varepsilon_l^{(Z)} n_l & = & N^{(Z)} \\ \varepsilon_b^{(X,Y)} n_b & + & \varepsilon_l^{(X,Y)} n_l & = & N^{(X,Y)} \\ \varepsilon_b^{(Y,Z)} n_b & + & \varepsilon_l^{(Y,Z)} n_l & = & N^{(Y,Z)} \\ \varepsilon_b^{(Z,X)} n_b & + & \varepsilon_l^{(Z,X)} n_l & = & N^{(Z,X)} \\ \varepsilon_b^{(X,Y,Z)} n_b & + & \varepsilon_l^{(X,Y,Z)} n_l & = & N^{(X,Y,Z)}. \end{array} \tag{5.6}$$

Im Folgenden wird eine normierte Version des Gleichungssystems 5.6 verwendet, die man mittels Division durch die Gesamtanzahl N der Jets erhält:

$$\begin{array}{rcrcl} f_b & + & f_l & = & 1 \\ \varepsilon_b^{(X)} f_b & + & \varepsilon_l^{(X)} f_l & = & q^{(X)} \\ \varepsilon_b^{(Y)} f_b & + & \varepsilon_l^{(Y)} f_l & = & q^{(Y)} \\ \varepsilon_b^{(Z)} f_b & + & \varepsilon_l^{(Z)} f_l & = & q^{(Z)} \\ \varepsilon_b^{(X,Y)} f_b & + & \varepsilon_l^{(X,Y)} f_l & = & q^{(X,Y)} \\ \varepsilon_b^{(Y,Z)} f_b & + & \varepsilon_l^{(Y,Z)} f_l & = & q^{(Y,Z)} \\ \varepsilon_b^{(Z,X)} f_b & + & \varepsilon_l^{(Z,X)} f_l & = & q^{(Z,X)} \\ \varepsilon_b^{(X,Y,Z)} f_b & + & \varepsilon_l^{(X,Y,Z)} f_l & = & q^{(X,Y,Z)}. \end{array} \tag{5.7}$$

Hierbei bezeichnet

$$\vec{q} = \vec{N}/N = \left\{1, q^{(X)}, q^{(Y)}, q^{(Z)}, q^{(X,Y)}, q^{(Y,Z)}, q^{(Z,X)}, q^{(X,Y,Z)}\right\} \tag{5.8}$$

die normierten Eingangsparameter; $f_{b,l} = n_{b,l}/N$ sind die Signal- und Untergrundanteile.

5.1.1. System8 für unkorrelierte Tagger

Für den Fall, dass keine Korrelationen zwischen den drei Taggern X, Y und Z bestehen, lassen sich die kombinierten Effizienzen als Produkt der Einzeleffizienzen schreiben:

$$\begin{array}{rcl}
\varepsilon_b^{(X,Y)} &=& \varepsilon_b^{(X)} \cdot \varepsilon_b^{(Y)} \\
\varepsilon_l^{(X,Y)} &=& \varepsilon_l^{(X)} \cdot \varepsilon_l^{(Y)} \\
\varepsilon_b^{(Y,Z)} &=& \varepsilon_b^{(Y)} \cdot \varepsilon_b^{(Z)} \\
\varepsilon_l^{(Y,Z)} &=& \varepsilon_l^{(Y)} \cdot \varepsilon_l^{(Z)} \\
\varepsilon_b^{(Z,X)} &=& \varepsilon_b^{(Z)} \cdot \varepsilon_b^{(X)} \\
\varepsilon_l^{(Z,X)} &=& \varepsilon_l^{(Z)} \cdot \varepsilon_l^{(X)} \\
\varepsilon_b^{(X,Y,Z)} &=& \varepsilon_b^{(X)} \cdot \varepsilon_b^{(Y)} \cdot \varepsilon_b^{(Z)} \\
\varepsilon_l^{(X,Y,Z)} &=& \varepsilon_l^{(X)} \cdot \varepsilon_l^{(Y)} \cdot \varepsilon_l^{(Z)}.
\end{array} \tag{5.9}$$

Mit dieser Zerlegung lässt sich das Gleichungssystem 5.7 schreiben als

$$\begin{array}{rcl|rcl}
f_b &+& & f_l &=& 1 \\
\varepsilon_b^{(X)} f_b &+& & \varepsilon_l^{(X)} f_l &=& q^{(X)} \\
\varepsilon_b^{(Y)} f_b &+& & \varepsilon_l^{(Y)} f_l &=& q^{(Y)} \\
\varepsilon_b^{(Z)} f_b &+& & \varepsilon_l^{(Z)} f_l &=& q^{(Z)} \\
\varepsilon_b^{(X)}\varepsilon_b^{(Y)} f_b &+& & \varepsilon_l^{(X)}\varepsilon_l^{(Y)} f_l &=& q^{(X,Y)} \\
\varepsilon_b^{(Y)}\varepsilon_b^{(Z)} f_b &+& & \varepsilon_l^{(Y)}\varepsilon_l^{(Z)} f_l &=& q^{(Y,Z)} \\
\varepsilon_b^{(Z)}\varepsilon_b^{(X)} f_b &+& & \varepsilon_l^{(Z)}\varepsilon_l^{(X)} f_l &=& q^{(Z,X)} \\
\varepsilon_b^{(X)}\varepsilon_b^{(Y)}\varepsilon_b^{(Z)} f_b &+& & \varepsilon_l^{(X)}\varepsilon_l^{(Y)}\varepsilon_l^{(Z)} f_l &=& q^{(X,Y,Z)}.
\end{array} \tag{5.10}$$

Hierbei handelt es sich um ein System aus acht Gleichungen mit acht Unbekannten

$$\vec{\varepsilon} = \left\{f_b, f_l, \varepsilon_b^{(X)}, \varepsilon_l^{(X)}, \varepsilon_b^{(Y)}, \varepsilon_l^{(Y)}, \varepsilon_b^{(Z)}, \varepsilon_l^{(Z)}\right\}. \tag{5.11}$$

Auf die analytische Lösung dieses Gleichungssystems wird in Abschnitt 5.2.1 eingegangen.

5.1.2. System8 für korrelierte Tagger

Besteht eine Korrelation zwischen den Taggern, zerfallen die kombinierten Effizienzen nicht einfach in ein Produkt aus Einzeleffizienzen, sondern es treten zusätzlich acht Korrekturfaktoren

$$\vec{\kappa} = \left\{ \kappa_b^{(X,Y)}, \kappa_l^{(X,Y)}, \kappa_b^{(Y,Z)}, \kappa_l^{(Y,Z)}, \kappa_b^{(Z,X)}, \kappa_l^{(Z,X)}, \kappa_b^{(X,Y,Z)}, \kappa_l^{(X,Y,Z)} \right\}$$

auf:

$$\begin{array}{rcl}
\varepsilon_b^{(X,Y)} & = & \kappa_b^{(X,Y)} \cdot \varepsilon_b^{(X)} \cdot \varepsilon_b^{(Y)} \\
\varepsilon_l^{(X,Y)} & = & \kappa_l^{(X,Y)} \cdot \varepsilon_l^{(X)} \cdot \varepsilon_l^{(Y)} \\
\varepsilon_b^{(Y,Z)} & = & \kappa_b^{(Y,Z)} \cdot \varepsilon_b^{(Y)} \cdot \varepsilon_b^{(Z)} \\
\varepsilon_l^{(Y,Z)} & = & \kappa_l^{(Y,Z)} \cdot \varepsilon_l^{(Y)} \cdot \varepsilon_l^{(Z)} \\
\varepsilon_b^{(Z,X)} & = & \kappa_b^{(Z,X)} \cdot \varepsilon_b^{(Z)} \cdot \varepsilon_b^{(X)} \\
\varepsilon_l^{(Z,X)} & = & \kappa_l^{(Z,X)} \cdot \varepsilon_l^{(Z)} \cdot \varepsilon_l^{(X)} \\
\varepsilon_b^{(X,Y,Z)} & = & \kappa_b^{(X,Y,Z)} \cdot \varepsilon_b^{(X)} \cdot \varepsilon_b^{(Y)} \cdot \varepsilon_b^{(Z)} \\
\varepsilon_l^{(X,Y,Z)} & = & \kappa_l^{(X,Y,Z)} \cdot \varepsilon_l^{(X)} \cdot \varepsilon_l^{(Y)} \cdot \varepsilon_l^{(Z)}.
\end{array} \tag{5.12}$$

Die Korrekturfaktoren müssen mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen bestimmt werden, da nur hier die wahren Anzahlen an b- und l-Jets bekannt sind. Hierauf wird in Abschnitt Abschnitt 5.2.2.2 eingegangen.
Unter Berücksichtigung der Korrekturfaktoren lässt sich das Gleichungssystem 5.7 nun schreiben als

$$\begin{array}{rcrcl}
f_b & + & f_l & = & 1 \\
\varepsilon_b^{(X)} f_b & + & \varepsilon_l^{(X)} f_l & = & q^{(X)} \\
\varepsilon_b^{(Y)} f_b & + & \varepsilon_l^{(Y)} f_l & = & q^{(Y)} \\
\varepsilon_b^{(Z)} f_b & + & \varepsilon_l^{(Z)} f_l & = & q^{(Z)} \\
\kappa_b^{(X,Y)} \varepsilon_b^{(X)} \varepsilon_b^{(Y)} f_b & + & \kappa_l^{(X,Y)} \varepsilon_l^{(X)} \varepsilon_l^{(Y)} f_l & = & q^{(X,Y)} \\
\kappa_b^{(Y,Z)} \varepsilon_b^{(Y)} \varepsilon_b^{(Z)} f_b & + & \kappa_l^{(Y,Z)} \varepsilon_l^{(Y)} \varepsilon_l^{(Z)} f_l & = & q^{(Y,Z)} \\
\kappa_b^{(Z,X)} \varepsilon_b^{(Z)} \varepsilon_b^{(X)} f_b & + & \kappa_l^{(Z,X)} \varepsilon_l^{(Z)} \varepsilon_l^{(X)} f_l & = & q^{(Z,X)} \\
\kappa_b^{(X,Y,Z)} \varepsilon_b^{(X)} \varepsilon_b^{(Y)} \varepsilon_b^{(Z)} f_b & + & \kappa_l^{(X,Y,Z)} \varepsilon_l^{(X)} \varepsilon_l^{(Y)} \varepsilon_l^{(Z)} f_l & = & q^{(X,Y,Z)}.
\end{array} \tag{5.13}$$

Bei gegebenen Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ stellt dies wiederum ein System aus acht Gleichungen mit den acht Unbekannten $\vec{\varepsilon}$ gemäß Gleichung 5.11 dar.

5.2. Lösung des Gleichungssystems

5.2.1. Analytische Lösung

Das Gleichungssystem 5.10, das im Fall unkorrelierter Tagger gültig ist, lässt sich mittels elementarer algebraischer Operationen lösen. Die folgende Lösung wurde mit Hilfe des Computer-Algebra-Systems Mathematica [24] bestimmt:

$$
\begin{aligned}
f_b &= \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} \cdot \left(q^{(X,Y,Z)} - q^{(X)} q^{(Y,Z)} - q^{(Y)} q^{(Z,X)} - q^{(Z)} q^{(X,Y)} + 2 q^{(X)} q^{(Y)} q^{(Z)} \right) / \sqrt{\Gamma} \\
f_l &= 1 - f_b \\
\varepsilon_b^{(X)} &= \tfrac{1}{2} \cdot \left(q^{(X,Y,Z)} + q^{(X)} q^{(Y,Z)} - q^{(Y)} q^{(Z,X)} - q^{(Z)} q^{(X,Y)} + \sqrt{\Gamma} \right) / \left(q^{(Y,Z)} - q^{(Y)} q^{(Z)} \right) \\
\varepsilon_l^{(X)} &= \tfrac{1}{2} \cdot \left(q^{(X,Y,Z)} + q^{(X)} q^{(Y,Z)} - q^{(Y)} q^{(Z,X)} - q^{(Z)} q^{(X,Y)} - \sqrt{\Gamma} \right) / \left(q^{(Y,Z)} - q^{(Y)} q^{(Z)} \right) \\
\varepsilon_b^{(Y)} &= \tfrac{1}{2} \cdot \left(q^{(X,Y,Z)} - q^{(X)} q^{(Y,Z)} + q^{(Y)} q^{(Z,X)} - q^{(Z)} q^{(X,Y)} + \sqrt{\Gamma} \right) / \left(q^{(Z,X)} - q^{(X)} q^{(Z)} \right) \\
\varepsilon_l^{(Y)} &= \tfrac{1}{2} \cdot \left(q^{(X,Y,Z)} - q^{(X)} q^{(Y,Z)} + q^{(Y)} q^{(Z,X)} - q^{(Z)} q^{(X,Y)} - \sqrt{\Gamma} \right) / \left(q^{(Z,X)} - q^{(X)} q^{(Z)} \right) \\
\varepsilon_b^{(Z)} &= \tfrac{1}{2} \cdot \left(q^{(X,Y,Z)} - q^{(X)} q^{(Y,Z)} - q^{(Y)} q^{(Z,X)} + q^{(Z)} q^{(X,Y)} + \sqrt{\Gamma} \right) / \left(q^{(X,Y)} - q^{(X)} q^{(Y)} \right) \\
\varepsilon_l^{(Z)} &= \tfrac{1}{2} \cdot \left(q^{(X,Y,Z)} - q^{(X)} q^{(Y,Z)} - q^{(Y)} q^{(Z,X)} + q^{(Z)} q^{(X,Y)} - \sqrt{\Gamma} \right) / \left(q^{(X,Y)} - q^{(X)} q^{(Y)} \right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{mit} \quad \Gamma &= q^{(X,Y,Z)^2} + 4 q^{(X)} q^{(Y)} q^{(Z)} q^{(X,Y,Z)} + 4 q^{(X,Y)} q^{(Y,Z)} q^{(Z,X)} \\
&+ q^{(X)^2} q^{(YZ)^2} + q^{(Y)^2} q^{(Z,X)^2} + q^{(Z)^2} q^{(X,Y)^2} \\
&- 2 q^{(X)} q^{(Y,Z)} q^{(X,Y,Z)} - 2 q^{(Y)} q^{(Z,X)} q^{(X,Y,Z)} - 2 q^{(Z)} q^{(X,Y)} q^{(X,Y,Z)} \\
&- 2 q^{(X)} q^{(Y)} q^{(Z,X)} q^{(Y,Z)} - 2 q^{(Y)} q^{(Z)} q^{(X,Y)} q^{(Z,X)} - 2 q^{(Z)} q^{(X)} q^{(Y,Z)} q^{(X,Y)}.
\end{aligned} \tag{5.14}
$$

Das Gleichungssystem 5.10 ist symmetrisch unter Vertauschung von Signal b und Untergrund l. Dies impliziert, dass Gleichung 5.14 obiges Gleichungssystem auch unter Vertauschung von b und l löst. Um diese Zweideutigkeit aufzulösen, wählt man die physikalisch sinnvolle Lösung, für die $\varepsilon_b > \varepsilon_l$ gilt, da die Effizienz eines b-Taggers für b-Jets größer ist als für Jets, die von leichten Quarks stammen. Diese Bedingung ist für Gleichung 5.14 erfüllt.

Im Fall korrelierter Tagger gestaltet sich die Lösung des Gleichungssystems 5.13 ungleich komplizierter. Es ist allerdings möglich, unter Verwendung eines Polynoms 43. Grades eine semianalytische Lösung zu finden. Auf diese soll hier nicht weiter eingegangen werden, Details sind in [25] zu finden. Alternativ kann das Gleichungssystem auch auf rein numerischem Weg gelöst werden. Dieses Vorgehen wird im folgenden Abschnitt erläutert.

5.2.2. Numerische Lösung

Um System8 numerisch zu lösen, wird eine Funktion $F(\vec{\varepsilon},\vec{q},\vec{\kappa})$ konstruiert, deren Minimum der Lösung des Gleichungssystems 5.13 entspricht. Um $F(\vec{\varepsilon},\vec{q},\vec{\kappa})$ zu erhalten, subtrahiert man zunächst die Terme auf der rechten Seite des Gleichungssystems 5.13 und dividiert dann jede Gleichung durch den entsprechenden Term. Die derart normalisierten Gleichungen werden dann quadriert und aufsummiert:

$$\begin{aligned} F &= (f_b + f_l - 1)^2 \\ &+ \left(\varepsilon_b^{(X)} f_b + \varepsilon_l^{(X)} f_l - q^{(X)}\right)^2 / \left(q^{(X)}\right)^2 \\ &+ \left(\varepsilon_b^{(Y)} f_b + \varepsilon_l^{(Y)} f_l - q^{(Y)}\right)^2 / \left(q^{(Y)}\right)^2 \\ &+ \left(\varepsilon_b^{(Z)} f_b + \varepsilon_l^{(Z)} f_l - q^{(Z)}\right)^2 / \left(q^{(Z)}\right)^2 \\ &+ \left(\kappa_b^{(X,Y)} \varepsilon_b^{(X)} \varepsilon_b^{(Y)} f_b + \kappa_l^{(X,Y)} \varepsilon_l^{(X)} \varepsilon_l^{(Y)} f_l - q^{(X,Y)}\right)^2 / \left(q^{(X,Y)}\right)^2 \\ &+ \left(\kappa_b^{(Y,Z)} \varepsilon_b^{(Y)} \varepsilon_b^{(Z)} f_b + \kappa_l^{(Y,Z)} \varepsilon_l^{(Y)} \varepsilon_l^{(Z)} f_l - q^{(Y,Z)}\right)^2 / \left(q^{(Y,Z)}\right)^2 \\ &+ \left(\kappa_b^{(Z,X)} \varepsilon_b^{(Z)} \varepsilon_b^{(X)} f_b + \kappa_l^{(Z,X)} \varepsilon_l^{(Z)} \varepsilon_l^{(X)} f_l - q^{(Z,X)}\right)^2 / \left(q^{(Z,X)}\right)^2 \\ &+ \left(\kappa_b^{(X,Y,Z)} \varepsilon_b^{(X)} \varepsilon_b^{(Y)} \varepsilon_b^{(Z)} f_b + \kappa_l^{(X,Y,Z)} \varepsilon_l^{(X)} \varepsilon_l^{(Y)} \varepsilon_l^{(Z)} f_l - q^{(X,Y,Z)}\right)^2 / \left(q^{(X,Y,Z)}\right)^2 . \end{aligned} \tag{5.15}$$

Die Wertemenge $\vec{\varepsilon} = \left\{f_b, f_l, \varepsilon_b^{(X)}, \varepsilon_l^{(X)}, \varepsilon_b^{(Y)}, \varepsilon_l^{(Y)}, \varepsilon_b^{(Z)}, \varepsilon_l^{(Z)}\right\}$, die bei gegebenen Eingangsparametern $\vec{q}$ und Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ die Gleichung

$$F(\vec{\varepsilon},\vec{q},\vec{\kappa}) = 0 \tag{5.16}$$

erfüllt, löst auch das Gleichungssystem 5.13. Da $F(\vec{\varepsilon},\vec{q},\vec{\kappa}) \geq 0$ gilt, entspricht dies dem Minimum der Funktion F. Um das Minimum dieser Funktion zu bestimmen, wird das Minimierungspaket MINUIT [26] benutzt. Die Minimierung selbst geschieht mit Hilfe des MIGRAD-Algorithmus, der auf numerisch berechneten Gradienteninformationen basiert. Um Unstetigkeiten in den Ableitungen zu vermeiden, werden in der Funktion F quadrierte Terme und nicht deren Beträge aufsummiert.

5.2.2.1. Überprüfung der Lösungen

Es sei nun $\vec{\varepsilon}$ die Wertemenge, die Gleichung 5.15 minimiert. Da das Gleichungssystem numerisch gelöst wird, ist $F = 0$ nie exakt erfüllt. Man wählt stattdessen eine obere Schranke, die als Lösungskriterium unterschritten werden muss.

Außerdem fordert man, dass sich die Werte für Effizienzen sowie Signal- und Untergrundanteile im physikalisch sinnvollen Bereich befinden,

$$0 < \{\varepsilon, f\} < 1, \tag{5.17}$$

sowie dass die Effizienzen für b-Jets größer sind als für Jets von leichten Quarks:

$$\varepsilon_b > \varepsilon_l. \tag{5.18}$$

Diese Kriterien werden auch auf die variierten Lösungen angewendet, die zur Bestimmung der statistischen und systematischen Unsicherheiten verwendet werden (vgl. Abschnitte 5.2.2.3 und 5.2.2.4).

5.2.2.2. Bestimmung der Korrekturfaktoren

Zur Bestimmung der Korrekturfaktoren für das Gleichungssystem 5.13 werden Monte-Carlo-Simulationen verwendet. Hierbei wird erwartet, dass die Korrelationen der Tagger besser simuliert werden als die Tagging-Effizienzen. Da die Wahrinformationen des Monte Carlos eine Klassifikation von Jets gemäß Abschnitt 4.2 ermöglichen, ist nicht nur, wie im Fall von Daten, die Jetanzahl $\vec{N}$ bestimmbar, sondern auch getrennt die jeweilige Anzahl von b-Jets $\vec{n}_b$ und von Jets, die von leichten Quarks stammen $\vec{n}_l$.

Gemäß Gleichung 5.5 können dann die Effizienzen

$$\varepsilon_{b,l}^{(T)} = \frac{n_{b,l}^{(T)}}{n_{b,l}} \tag{5.19}$$

berechnet werden.

Aus diesen lassen sich dann laut Gleichung 5.12 die Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ mittels

$$\begin{aligned}
\kappa_b^{(X,Y)} &= \varepsilon_b^{(X,Y)} \Big/ \left(\varepsilon_b^{(X)} \cdot \varepsilon_b^{(Y)}\right) \\
\kappa_l^{(X,Y)} &= \varepsilon_l^{(X,Y)} \Big/ \left(\varepsilon_l^{(X)} \cdot \varepsilon_l^{(Y)}\right) \\
\kappa_b^{(Y,Z)} &= \varepsilon_b^{(Y,Z)} \Big/ \left(\varepsilon_b^{(Y)} \cdot \varepsilon_b^{(Z)}\right) \\
\kappa_l^{(Y,Z)} &= \varepsilon_l^{(Y,Z)} \Big/ \left(\varepsilon_l^{(Y)} \cdot \varepsilon_l^{(Z)}\right) \\
\kappa_b^{(Z,X)} &= \varepsilon_b^{(Z,X)} \Big/ \left(\varepsilon_b^{(Z)} \cdot \varepsilon_b^{(X)}\right) \\
\kappa_l^{(Z,X)} &= \varepsilon_l^{(Z,X)} \Big/ \left(\varepsilon_l^{(Z)} \cdot \varepsilon_l^{(X)}\right) \\
\kappa_b^{(X,Y,Z)} &= \varepsilon_b^{(X,Y,Z)} \Big/ \left(\varepsilon_b^{(X)} \cdot \varepsilon_b^{(Y)} \cdot \varepsilon_b^{(Z)}\right) \\
\kappa_l^{(X,Y,Z)} &= \varepsilon_l^{(X,Y,Z)} \Big/ \left(\varepsilon_l^{(X)} \cdot \varepsilon_l^{(Y)} \cdot \varepsilon_l^{(Z)}\right)
\end{aligned} \tag{5.20}$$

bestimmen.

5.2.2.3. Statistische Unsicherheiten

Die statistischen Unsicherheiten dieses Verfahrens werden mittels einer großen Anzahl $\left(\mathcal{O}\left(10^4\right)\right)$ von Pseudoexperimenten bestimmt. Für jedes Pseudoexperiment werden die Eingangsparameter $\vec{N} = \left\{N, N^{(X)}, N^{(Y)}, N^{(Z)}, N^{(X,Y)}, N^{(Y,Z)}, N^{(Z,X)}, N^{(X,Y,Z)}\right\}$ variiert und ein Satz von Ausgabeparametern $\vec{\varepsilon}$ berechnet. Da die Mengen N,$N^{(X)}$,... überlappen, müssen sie zuerst in disjunkte Mengen s_i aufgespalten werden. Diese Zerlegung ist in Abb. 5.1 bzw. Gleichung 5.21 dargestellt.

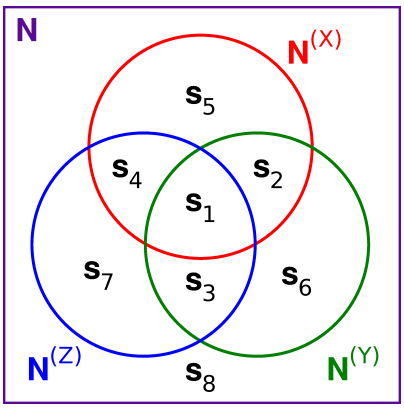


Abbildung 5.1.: Aufspaltung der Mengen N,$N^{(X)}$,... in disjunkte Mengen s_i.

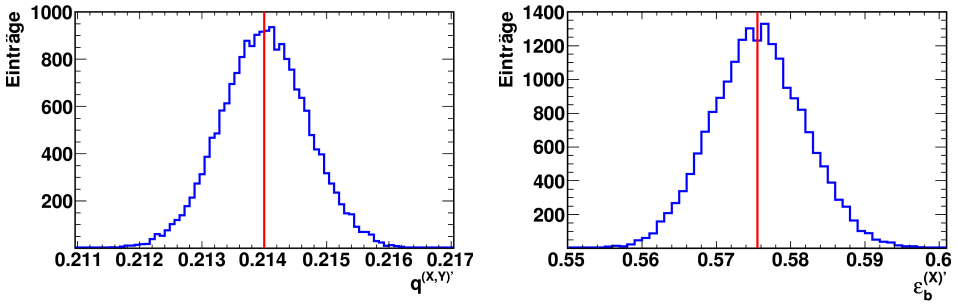
$$
\begin{aligned}
s_1 &= N^{(X,Y,Z)} \\
s_2 &= N^{(X,Y)} - s_1 \\
s_3 &= N^{(Y,Z)} - s_1 \\
s_4 &= N^{(Z,X)} - s_1 \\
s_5 &= N^{(X)} - s_4 - s_2 - s_1 \\
s_6 &= N^{(Y)} - s_3 - s_2 - s_1 \\
s_7 &= N^{(Z)} - s_4 - s_3 - s_1 \\
s_8 &= N - \sum_{i \leq 7} s_i .
\end{aligned}
\tag{5.21}
$$

Anschließend werden die s_i in jedem Pseudoexperiment gemäß einer Gaußverteilung der Breite $\sqrt{s_i}$ simultan variiert. Aus den derart variierten s_i' werden gemäß Gleichung 5.21 die variierten Eingangsparameter $\vec{N}'$ und daraus wiederum die variierten normierten Eingangsparameter $\vec{q}' = \vec{N}'/N'$ bestimmt und schließlich die Ausgabeparameter $\vec{\varepsilon}'$ gemäß Gleichung 5.16 berechnet.
Abb. 5.2 zeigt Beispielverteilungen für einen normierten Eingangsparameter sowie einen Ausgabeparameter nach 20000 Varationen.

Danach wird für jede Komponente ε^j des Ausgabeparametervektors $\vec{\varepsilon}$ der obere und untere RMS (Root Mean Square) in Bezug auf die unvariierte Lösung gemäß

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon^j_{\text{unten}} &= \sum_{\varepsilon_i^{j\prime} \leq \varepsilon^j} \sqrt{\frac{\left(\varepsilon^j - \varepsilon_i^{j\prime}\right)^2}{N_{\text{unten}}}} \\ \Delta\varepsilon^j_{\text{oben}} &= \sum_{\varepsilon_i^{j\prime} > \varepsilon^j} \sqrt{\frac{\left(\varepsilon^j - \varepsilon_i^{j\prime}\right)^2}{N_{\text{oben}}}} \end{aligned} \tag{5.22}$$

berechnet, wobei N_{unten} (N_{oben}) die Anzahl von $\varepsilon_i^{j\prime}$, die kleiner gleich (größer) ε^j sind, bezeichnet.



(a) (b)

Abbildung 5.2.: Beispielverteilungen für (a) den normierten Eingangsparameter $q^{(X,Y)}$ und (b) den Ausgabeparameter $\varepsilon_b^{(X)}$ nach 20000 Variationen. Die vertikale Linie repräsentiert jeweils den unvariierten Wert.

5.2.2.4. Systematische Unsicherheiten

Bei den systematischen Unsicherheiten, die in dieser Arbeit behandelt werden, handelt es sich bisher nur um statistische Unsicherheiten auf die Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$. Die Ursache dieser Unsicherheiten ist die begrenzte Monte-Carlo-Statistik.

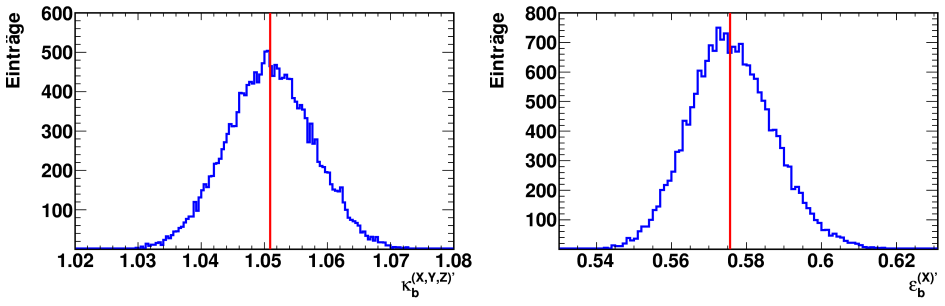
Die Vorgehensweise zur Bestimmung dieser Unsicherheiten ist sehr ähnlich zur Bestimmung der statistischen Unsicherheiten im vorherigen Abschnitt:

In einem ersten Schritt werden die statistischen Unsicherheiten der Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ bestimmt. Hierzu werden wie in Abschnitt 5.2.2.3 Pseudoexperimente durchgeführt, wobei bei jedem Pseudoexperiment die Korrekturfaktoren gemäß Gleichung 5.20 berechnet werden. Danach wird für jeden der acht Korrekturfaktoren der RMS bezüglich

der unvariierten Lösung bestimmt. Hierbei werden getrennt voneinander die Jetanzahlen $\vec{n}_b$ und $\vec{n}_l$ analog zu Abb. 5.1 bzw. Gleichung 5.21 in nicht überlappende Mengen aufgespalten, welche dann wie zuvor beschrieben gemäß einer Gaußverteilung variiert werden.

Im zweiten Schritt wird dann wiederum eine große Anzahl von Pseudoexperimenten durchgeführt, wobei nun die acht Korrekturfaktoren gemäß ihres jeweiligen, im ersten Schritt bestimmten RMS simultan variiert werden. Dann werden die Ausgabeparameter $\vec{\varepsilon'}$ gemäß Gleichung 5.16 bestimmt und abschließend der obere und untere RMS in Bezug auf die unvariierte Lösung nach Gleichung 5.22 berechnet.

In Abb. 5.3 sind Beispielverteilungen für einen Korrekturfaktor sowie einen Ausgabeparameter nach 20000 Variationen dargestellt.



(a) (b)

Abbildung 5.3.: Beispielverteilungen für (a) den Korrekturfaktor $\kappa_b^{(X,Y,Z)}$ und (b) den Ausgabeparameter $\varepsilon_b^{(X)}$ nach 20000 Variationen. Die vertikale Linie repräsentiert jeweils den unvariierten Wert.

5.3. Validierung anhand von Wahrinformationen

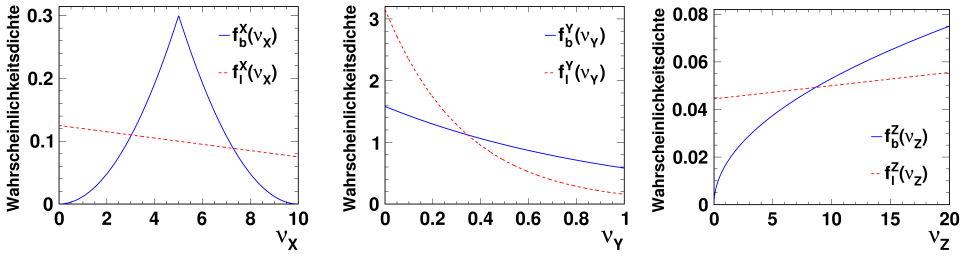
Um zu verifizieren, dass die mittels, numerischer Lösung des System8-Gleichungssystems, ermittelten Effizienzen und deren Unsicherheiten eine gute Einschätzung der wahren Effizienzen eines Tagging-Algorithmus geben, wird die Methode im Folgenden mit einer eigens dafür entwickelten vereinfachten Monte-Carlo-Simulation getestet; ein ähnliches Verfahren wurde schon in [27] angewendet.

5.3.1. Überprüfung der Effizienzen

Zunächst sollen die ermittelten Effizienzen verifiziert werden. Hierzu wird eine große Anzahl von Signal- und Untergrundobjekten (M_b bzw. M_l), die den zuvor verwendeten Jets entsprechen, simuliert und jedem Objekt werden drei Tagger-Gewichte ν_X, ν_Y, ν_Z zugewiesen. Daraufhin werden die Anzahlen $\vec{n}_b$ und $\vec{n}_l$ der Objekte (vgl. Gleichung 5.2 und 5.3), die gegebene Gewichtsschnitte der drei Tagging-Algorithmen passieren, bestimmt. Hiermit können wie in Abschnitt 4.4 beschrieben die wahren Effizienzen berechnet werden.

Um die System8-Methode zu testen, werden nun die Signal- und Untergrund-Objekte gemischt und die Gesamtanzahlen $\vec{N}$ an System8 übergeben. Die numerisch bestimmten Effizienzen können dann mit den wahren Effizienzen verglichen werden.

Als Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Gewichte der Tagging-Algorithmen werden sechs Funktionen ($f_b^X(\nu_X)$, $f_b^Y(\nu_Y)$, $f_b^Z(\nu_Z)$, $f_l^X(\nu_X)$, $f_l^Y(\nu_Y)$, $f_l^Z(\nu_Z)$) gewählt, die in Abb. 5.4 dargestellt sind.



(a) (b) (c)

Abbildung 5.4.: Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Tagger-Gewichte, für den Signalanteil b und den Untergrundanteil l: (a) ν_X, (b) ν_Y und (c) ν_Z.

Nun sollen die Zufallsvariablen ν aus diesen Verteilungen gezogen werden. Dazu wird ausgenutzt, dass die Transformation

$$\nu(u) = F^{-1}(u) \tag{5.23}$$

eine uniform verteilte Variable u in eine gemäß $f(\nu)$ verteilte Variable ν überführt. Hierbei bezeichnet $F^{-1}(u)$ die inverse Stammfunktion von $f(\nu)$. Eine ausführlichere Beschreibung sowie eine Herleitung dieser Methode befindet sich in [28]. Um nun gemäß den sechs Funktionen verteilte Variablen ν zu erhalten werden dementsprechend sechs uniform verteilte Variablen u verwendet.

Um das Verhalten von System8 bei korrelierten Taggern zu simulieren, werden künstlich Korrelationen zwischen den Variablen ν erzeugt. Hierzu wird bei einem gewissen Anteil der Objekte der gleiche Wert für u zur Bestimmung verschiedener Variablen ν gemäß Gleichung 5.23 verwendet.

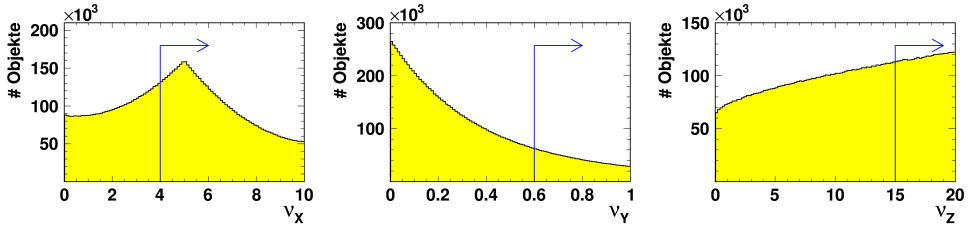
Im konkreten Fall wurden Datensätze mit $3 \cdot 10^6$ Signal- und $7 \cdot 10^6$ Untergrundobjekten simuliert. Die Werte der drei Tagger-Gewichte für diese 10^7 Objekte sind in Abb. 5.5 dargestellt. Als Schnitte auf die Gewichte wurden $\nu_X > 4$, $\nu_Y > 0{,}6$ und $\nu_Z > 15$ gewählt. Neben dem Fall unkorrelierter Tagger wurden zwei weitere Datensätze mit unterschiedlich starken Korrelationen erzeugt. Die entsprechenden Korrelationskoeffizienten sind in Tabelle 5.1 aufgelistet.

In Tabelle 5.2 (am Ende des Kapitels) sind für die drei betrachteten Datensätze die mittels System8 bestimmten Werte der acht Ausgabeparameter $\vec{\varepsilon}$ sowie die entsprechenden, aus Wahrinformationen ermittelten Werte dargestellt. Für den Fall korrelierter Tagger wurde die System8-Methode sowohl mit als auch ohne Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ angewendet, wobei die Korrekturfaktoren gemäß Abschnitt 5.2.2.2 aus Wahrinformationen bestimmt wurden. Wie zu sehen ist, stimmen die Ausgabeparameter der System8-Methode für den Datensatz ohne Korrelationen mit den aus Wahrinformationen bestimmten Werten überein. Im Fall korrelierter Tagger sind deutliche Abweichungen erkennbar, wenn keine Korrekturfaktoren verwendet werden. Unter Verwendung von Korrekturfaktoren ist jedoch wieder eine Übereinstimmung mit Wahrinformationen vorhanden; dies zeigt, dass die vorhandenen Korrelationen erfolgreich kompensiert werden. Die Objektanzahlen $\vec{N}$ und Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ der betrachteten Datensätze befinden sich in Anhang D.

Es wurden auch Untersuchungen zur Stabilität der Methode durchgeführt: Eine stabile Anwendbarkeit wird außer durch ausreichende Statistik auch dadurch gewährleistet, dass sich die Effizienzen der Tagger nicht zu nahe an Null oder Eins befinden. Des Weiteren entstehen Instabilitäten im Fall von gleicher Effizienz eines Taggers T für Signal- und Untergrundanteil ($\varepsilon_b^{(T)} = \varepsilon_l^{(T)}$), da der entsprechende Tagger dann keine Unterscheidung mehr zwischen Signal und Untergrund vornehmen kann.

	ρ_b^{XY}	ρ_b^{YZ}	ρ_b^{ZX}	ρ_l^{XY}	ρ_l^{YZ}	ρ_l^{ZX}
kleine Korelationen	0,036	0,058	0,036	0,039	0,028	0,039
große Korrelationen	0,212	0,388	0,191	0,385	0,187	0,462

Tabelle 5.1.: Zwei Sätze von Korrelationskoeffizienten zwischen den Tagger-Gewichten für Signal- und Untergrundanteil (b bzw. l).



(a) (b) (c)

Abbildung 5.5.: Werte der Tagger-Gewichte für 10^7 simulierte Objekte, sowie Schnitte auf die jeweiligen Gewichte: (a) ν_X, (b) ν_Y und (c) ν_Z.

5.3.2. Überprüfung der statistischen Unsicherheiten

Nun soll zusätzlich verifiziert werden, dass die in Abschnitt 5.2.2.3 beschriebene Methode eine gute Abschätzung der statistischen Unsicherheiten liefert.

Hierzu werden mehrere Realisationen von $\vec{N}$ gemäß dem in Abschnitt 5.3.1 beschriebenen Vorgehen erzeugt. Dabei werden auch die vorgegebenen Anzahlen von Objekten im Signal- und Untergrundanteil $M_{b,l}$ für jede Realisation gemäß einer Gaußfunktion der Breite $\sqrt{M_{b,l}}$ variiert. Dann werden für die mittels System8 bestimmten Ausgabeparameter $\vec{\varepsilon}$ die jeweiligen RMS berechnet. Für eine große Anzahl von Realisationen sind diese gleich den statistischen Unsicherheiten der Ausgabeparameter.

Die nach Abschnitt 5.2.2.3 bestimmten Unsicherheiten können nun mit den tatsächlichen statischen Unsicherheiten verglichen werden. Hierzu wird für eine Realisation von $\vec{N}$ eine solche Bestimmung durchgeführt. Der Einfachheit halber werden hier symmetrische Unsicherheiten verwendet.

Für diese Simulation wurden wiederum $3 \cdot 10^6$ Signal- und $7 \cdot 10^6$ Untergrundobjekte betrachtet. Es wurden 10^4 Realisationen von $\vec{N}$ erzeugt und für die Bestimmung der statistischen Unsicherheiten gemäß Abschnitt 5.2.2.3 wurden $2 \cdot 10^4$ Variationen verwendet.

Tabelle 5.3 zeigt für die acht Ausgabeparameter den RMS der 10^4 Realisationen sowie deren für eine Realisation mittels $2 \cdot 10^4$ Variationen bestimmte Unsicherheiten. Zwischen den Werten ist eine gute Übereinstimmung erkennbar; dies zeigt, dass die in Abschnitt 5.2.2.3 beschriebene Methode eine gute Abschätzung der statistischen Unsicherheiten liefert.

Nachdem nun gezeigt wurde, dass die System8-Methode dazu in der Lage ist Tagging-Effizienzen und deren Unsicherheiten zu bestimmen, wird sie im folgenden Kapitel zunächst auf ein realistisches Monte Carlo und anschließend auf ATLAS-Daten angewendet.

	f_b	f_l	$e_b^{(X)}$	$e_l^{(X)}$	$e_b^{(Y)}$	$e_l^{(Y)}$	$e_b^{(Z)}$	$e_l^{(Z)}$
Wahrinformationen	0,300	0,700	0,744	0,540	0,286	0,122	0,351	0,271
unkorreliert	0,300	0,700	0,744	0,540	0,286	0,122	0,351	0,271
kleine Korrelationen (ohne $\vec{\kappa}$)	0,314	0,686	0,751	0,533	0,316	0,105	0,415	0,240
kleine Korrelationen (mit $\vec{\kappa}$)	0,300	0,700	0,744	0,540	0,286	0,122	0,351	0,271
große Korrelationen (ohne $\vec{\kappa}$)	0,377	0,623	0,862	0,443	0,363	0,054	0,617	0,100
große Korrelationen (mit $\vec{\kappa}$)	0,300	0,700	0,744	0,540	0,286	0,122	0,350	0,271

Tabelle 5.2.: Mittels System8 bestimmte Werte der acht Ausgabeparameter $\vec{\varepsilon}$ für unterschiedlich starke Korrelationen zwischen den Taggern sowie die entsprechenden Wahrinformationen.

	f_b	f_l	$e_b^{(X)}$	$e_l^{(X)}$	$e_b^{(Y)}$	$e_l^{(Y)}$	$e_b^{(Z)}$	$e_l^{(Z)}$
RMS (10^4 Realisationen)	$1{,}98 \cdot 10^{-2}$	$1{,}98 \cdot 10^{-2}$	$6{,}91 \cdot 10^{-3}$	$3{,}08 \cdot 10^{-3}$	$5{,}78 \cdot 10^{-3}$	$2{,}40 \cdot 10^{-3}$	$2{,}70 \cdot 10^{-3}$	$1{,}22 \cdot 10^{-3}$
RMS ($2 \cdot 10^4$ Variationen)	$1{,}95 \cdot 10^{-2}$	$1{,}95 \cdot 10^{-2}$	$6{,}90 \cdot 10^{-3}$	$3{,}06 \cdot 10^{-3}$	$5{,}66 \cdot 10^{-3}$	$2{,}33 \cdot 10^{-3}$	$2{,}75 \cdot 10^{-3}$	$1{,}22 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 5.3.: RMS der mittels System8 bestimmten acht Ausgabeparameter $\vec{\varepsilon}$ für 10^4 Realisationen sowie für $2 \cdot 10^4$ Variationen einer Realisation gemäß Abschnitt 5.2.2.3.

6. Anwendung von System8 zur Bestimmung von b-Tagging-Effizienzen

Im Folgenden wird die in Kapitel 5 beschriebene System8-Methode verwendet, um die Effizienz eines b-Tagging-Algorithmus zu bestimmen. Als zu untersuchender Tagger wurde für diese Arbeit der JetProb-Tagger gewählt, der in Abschnitt 4.3.1 beschrieben ist. Bei den Jets, auf die der JetProb-Tagger sowie zwei weitere Tagger angewendet werden, handelt es sich um die in Abschnitt 3.3.2.1 beschriebenen Jets mit assoziiertem Myon.

6.1. Verwendete Tagger und Arbeitspunkte

Für die drei in Kapitel 5 mit X, Y und Z bezeichneten Tagger werden die in Abschnitt 4.3 beschriebenen Tagging-Algorithmen verwendet. Für diese werden folgende Arbeitspunkte verwendet:

- JetProb-Tagger: $-\log_{10}(\text{Gewicht}) >$ 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5
- SoftMuon-Tagger: Gewicht > 3,0; 3,2; 3,4; 3,6; 3,8; 4,0; 4,2; 4,4; 4,6; (4,8; 5,0; 5,2; 5,4; 5,6; 5,8; 6,0)
- AwaySide-Tagger: $-\log_{10}(\text{Gewicht}) >$ 1,5; 2,0; 2,5

Die Gewichte des SoftMuon-Taggers, die in Klammern angegeben sind, werden nur zum Testen der Stabilität verwendet, wie später noch gezeigt werden wird.

6.2. Anwendung auf Monte Carlo

6.2.1. Verwendetes Monte Carlo

Wie in Abschnitt 3.1.2 erläutert, wird System8 nicht auf das zum Vergleich mit Daten verwendete PYTHIA-Monte-Carlo, sondern auf das TopMix-Monte-Carlo angewendet, da bei ersterem aufgrund der geringen Statistik Konvergenzprobleme beim numerischen Lösungsverfahren auftreten. Die Zusammensetzung der physikalischen Pro-

zesse im TopMix-Monte-Carlo unterscheidet sich von der Zusammensetzung in „echten“ Daten, weshalb nicht erwartet wird, dass die Tagging-Effizienzen dieser Monte-Carlo-Simulation mit denen in Daten übereinstimmen. Ungeachtet dessen ist dieses Monte Carlo geeignet, um zu zeigen, dass eine Effizienzbestimmung mittels System8 möglich ist, und um zu untersuchen, welche Arbeitspunkte eine optimale Anwendbarkeit gewährleisten. Die aus diesem Monte Carlo bestimmten Korrekturfaktoren dienen lediglich der Validierung und können nicht direkt auf Daten angewandt werden.

6.2.2. Effizienzbestimmung und Auswahl geeigneter Arbeitspunkte des SoftMuon-Taggers

Die Größe, die im Folgenden bestimmt werden soll, ist die b-Tagging-Effizienz des JetProb-Taggers $\varepsilon_b^{(\mathrm{JetProb})}$, die $\varepsilon_b^{(X)}$ in Gleichung 5.13 entspricht. Zur Bestimmung eines Punktes in den folgenden Abbildungen werden für die zu diesem Punkt gehörenden Arbeitspunkte der drei Tagger, die Anzahlen von Jets

$$\vec{N} = \Big\{ N, N^{(\mathrm{JetProb})}, N^{(\mathrm{SoftMuon})}, N^{(\mathrm{AwaySide})}, N^{(\mathrm{JetProb,SoftMuon})}, \\ N^{(\mathrm{SoftMuon,AwaySide})}, N^{(\mathrm{AwaySide,JetProb})}, N^{(\mathrm{JetProb,SoftMuon,AwaySide})} \Big\} \tag{6.1}$$

sowie gegebenenfalls auch die Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ verwendet. Für diese werden dann gemäß Kapitel 5 $\varepsilon_b^{(\mathrm{JetProb})}$ sowie die zugehörigen Unsicherheiten numerisch berechnet. Bei der Anwendung von System8 auf das TopMix-Monte-Carlo wird dieses in zwei Teile aufgespalten, die jeweils die Hälfte der Ereignisse enthalten. Diese werden im Folgenden als Monte-Carlo-Datensatz A bzw. B bezeichnet. Datensatz A wird zur Extraktion der Jetanzahl $\vec{N}$ verwendet, wie es auch bei „echten“ Daten der Fall wäre. Datensatz B fungiert hier als Monte Carlo, das die Daten aus Datensatz A beschreibt und aus dem mittels Wahrinformationen die Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ extrahiert werden. Die Wahl, welcher Datensatz hier die Funktion der Daten und welcher die des Monte Carlos übernimmt, ist willkürlich. Es wurde stets überprüft, dass ein Vertauschen der Datensätze zu vergleichbaren Ergebnissen führt.

In Abb. 6.1 sind die mittels System8 aus Monte-Carlo-Datensatz A bestimmten Effizienzen des JetProb-Taggers mit ihren jeweiligen statistischen Unsicherheiten dargestellt. In diesem Fall wurden keine Korrekturfaktoren bestimmt; es gilt jeweils $\kappa = 1$. Für den AwaySide-Tagger wurde ein Arbeitspunkt von $-\log_{10}(\text{Gewicht}) > 2{,}0$ gewählt. Die beiden anderen Arbeitspunkte dieses Taggers führen zu vergleichbaren Ergebnissen. Man erkennt eine starke Abhängigkeit der Effizienz des JetProb-Taggers vom Arbeitspunkt des SoftMuon-Taggers, die auf nicht kompensierte Korrelationen aufgrund der auf 1 festgesetzten Korrekturfaktoren hinweist. Die Fehlerbalken in Abb. 6.1 beschreiben lediglich die statistischen Unsicherheiten, da keine Korrekturfaktoren verwendet werden und somit auch keine systematischen Unsicherheiten, welche laut Abschnitt 5.2.2.4 aus den Unsicherheiten der Korrekturfaktoren resultieren, vorhanden sind. Da es in einigen Fällen zu Konvergenzproblemen des numerischen Lösungsverfahrens kam, sind nicht für alle Arbeitspunkte des SoftMuon-Taggers

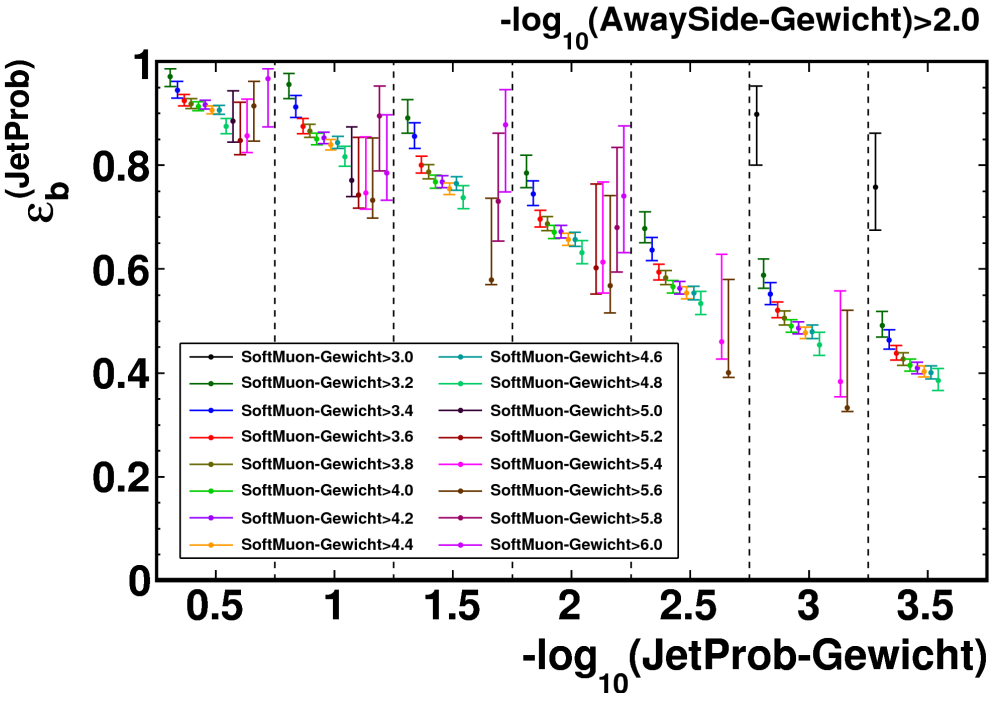


Abbildung 6.1.: Mittels System8 aus Monte-Carlo-Datensatz A bestimmte Effizienzen des JetProb-Taggers für ein AwaySide-Tagger-Gewicht > 2,0. Es wurden keine Korrekturfaktoren verwendet (alle $\kappa = 1$).

JetProb-Effizienzen vorhanden. Weiterhin fallen die großen, teils deutlich asymmetrischen Fehler sowie starke Instabilitäten der ermittelten Effizienz für große Werte des Gewichts des SoftMuon-Taggers auf. Auf diese wird weiter unten näher eingegangen.

Um zu überprüfen, dass durch passende Korrekturfaktoren die Korrelationen zwischen den Taggern kompensiert werden können, werden nun Korrekturfaktoren verwendet, welche ebenfalls aus Monte-Carlo-Datensatz A mittels Wahrinformationen bestimmt wurden. Die so ermittelten Effizienzen sind mit ihren jeweiligen statistischen und systematischen Unsicherheiten in Abb. 6.2 dargestellt. Wie zu erwarten ist, konvergiert System8 jetzt für annähernd alle Arbeitspunkte des SoftMuon-Taggers zum gleichen Wert von $\varepsilon_b^{(\mathrm{JetProb})}$. Wie im vorherigen Fall besitzen die Punkte, die zu einem hohen Gewichtsschnitt des SoftMuon-Taggers gehören, große Unsicherheiten. Das hier angewendete Vorgehen ist so im Fall von „echten“ Daten natürlich nicht möglich, da die Korrekturfaktoren nur aus einer Monte-Carlo-Simulation extrahiert werden können.

Abb. 6.3 zeigt die Effizienzen für Korrekturfaktoren, die aus dem Monte-Carlo-Datensatz B bestimmt wurden. Dies entspricht dem Vorgehen, welches auch auf „echte“ Daten angewendet werden kann, sofern ein Monte Carlo mit ausreichender Statistik vor-

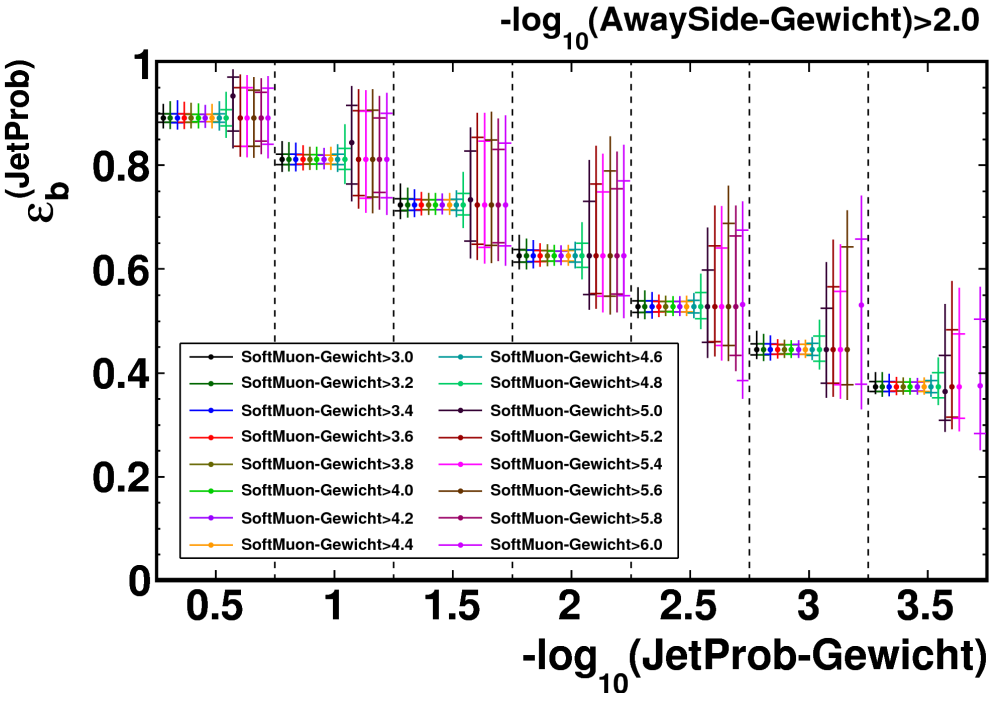


Abbildung 6.2.: Mittels System8 aus Monte-Carlo-Datensatz A bestimmte Effizienzen des JetProb-Taggers für ein AwaySide-Tagger-Gewicht > 2,0. Es wurden aus dem gleichen Datensatz mittels Wahrinformationen bestimmte Korrekturfaktoren verwendet.

handen ist, das die Daten gut beschreibt. Man erkennt, dass auch in diesem Fall die in Abb. 6.1 vorhandene Abhängigkeit der Effizienzen des JetProb-Taggers vom Arbeitspunkt des SoftMuon-Taggers aufgehoben wird. Dies trifft vor allem auf Arbeitspunkte zu, deren Gewichtsschnitt nicht größer als 4,6 ist.

Für Schnitte auf das Gewicht des SoftMuon-Taggers, welche unterhalb von 3,0 liegen, konvergiert das numerische Lösungsverfahren in keinem der obigen drei Fälle. Dies lässt sich darauf zurückführen, dass bei einem niedrigen Schnitt auf das Gewicht des SoftMuon-Taggers zunehmend Jets, die von leichten Quarks stammen, als b-Jets getaggt werden. Im Extremfall führt dies dazu, dass der SoftMuon-Tagger kein Unterscheidungskriterium mehr zwischen b-Jets und l-Jets darstellt und die Methode dadurch nicht mehr sinnvoll anwendbar ist (vgl. Abschnitt 5.3.1). Ein sehr hoher Gewichtsschnitt liefert zwar hohe Reinheit, führt aber dazu, dass nur noch wenige Jets durch den Tagger als b-Jets identifiziert werden, auch wenn ihr Ursprung ein b-Quark ist. Die daraus resultierende geringe Statistik führt zu einer Instabilität des numerischen Lösungsverfahrens, welche wiederum zu sehr großen Unsicherheiten auf die Effizienzen führt. Daher wird für den weiteren Verlauf dieser Analyse ein Bereich

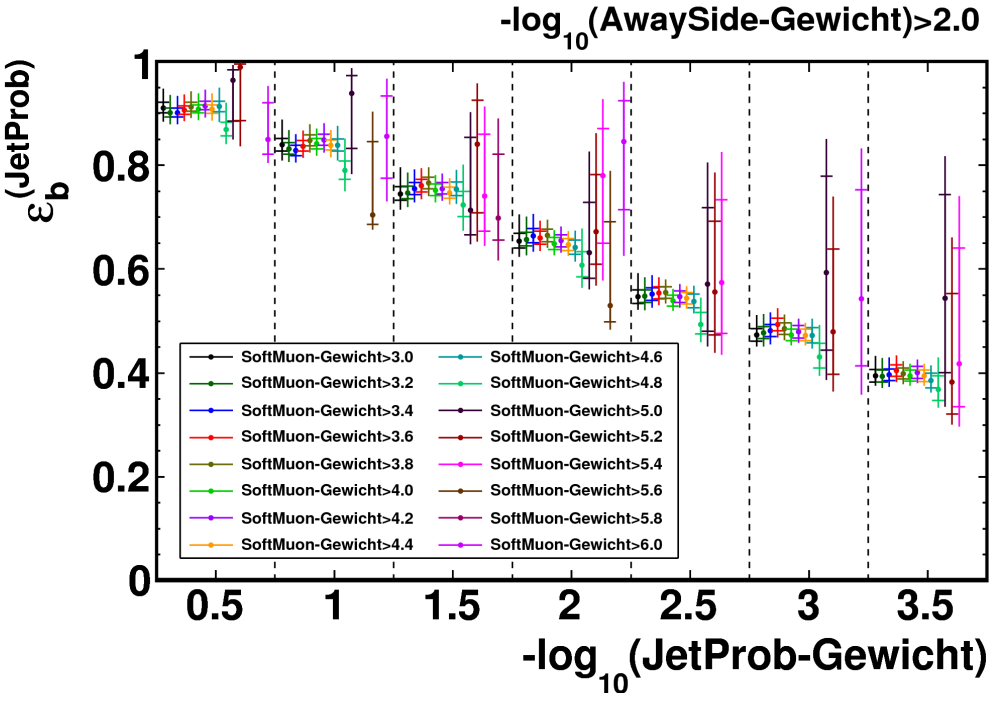


Abbildung 6.3.: Mittels System8 aus Monte-Carlo-Datensatz A bestimmte Effizienzen des JetProb-Taggers für ein AwaySide-Tagger-Gewicht $> 2{,}0$. Es wurden aus Monte-Carlo-Datensatz B mittels Wahrinformationen bestimmte Korrekturfaktoren verwendet.

von 3,0 bis 4,6 für den Gewichtsschnitt des SoftMuon-Taggers gewählt.

Wie bereits erwähnt liefert der AwaySide-Tagger für alle drei verwendeten Arbeitspunkte vergleichbare Ergebnisse. Somit wäre es auch möglich, für einen fest gewählten Schnitt des SoftMuon-Taggers verschiedene Arbeitspunkte des AwaySide-Taggers darzustellen; zugunsten der Übersichtlichkeit wird hier jedoch darauf verzichtet.

6.2.3. Vergleich der mittels System8 bestimmten b-Tagging-Effizienzen mit Wahrinformationen

Im Folgenden werden die mit Hilfe von System8 bestimmten b-Tagging Effizienzen des JetProb-Taggers mit den gemäß Abschnitt 4.4 aus Wahrinformationen des Top-Mix-Monte-Carlos ermittelten Effizienzen verglichen. Da die Unsicherheiten auf die wahren Effizienzen (welche durch $\sqrt{\epsilon\,(1-\epsilon)/n}$ gegeben sind) gegenüber den Unsicherheiten der mittels System8 bestimmten Effizienzen vernachlässigbar sind, werden sie im Folgenden nicht betrachtet. Wie bereits im vorherigen Abschnitt erwähnt werden

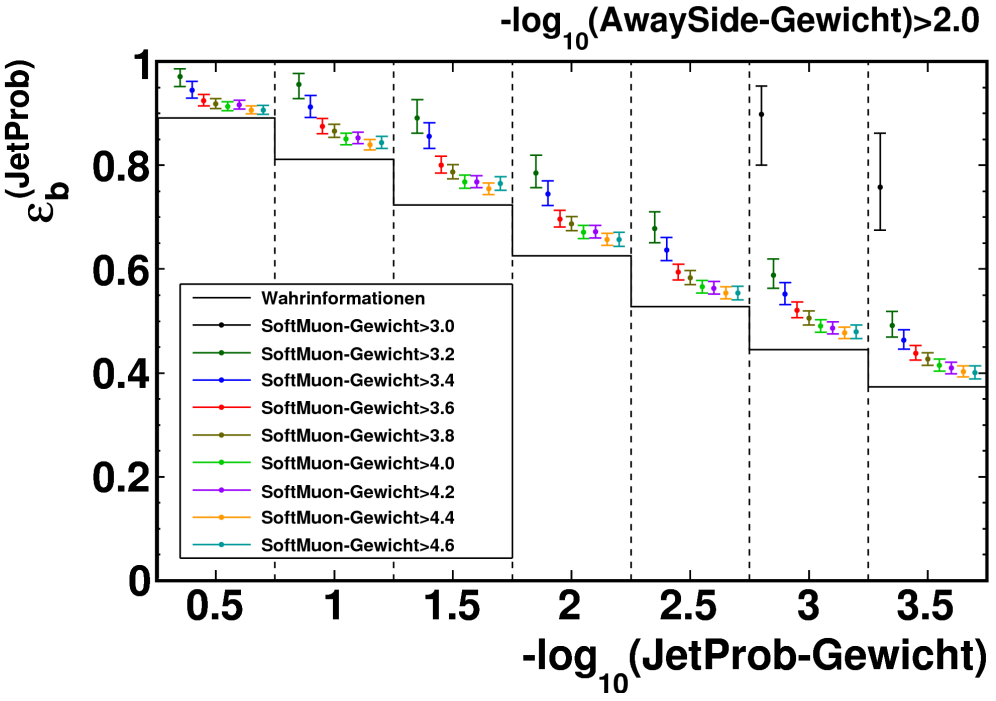


Abbildung 6.4.: Mittels System8 aus Monte-Carlo-Datensatz A bestimmte Effizienzen des JetProb-Taggers für ein AwaySide-Tagger-Gewicht $> 2{,}0$ sowie aus Wahrinformationen bestimmte Effizienzen. Es wurden keine Korrekturfaktoren verwendet (alle $\kappa = 1$).

fortan nur die Effizienzen gezeigt, die aus dem stabilen Teil des zuvor untersuchten Arbeitspunktebereichs des SoftMuon-Taggers resultieren.

Für den Fall, dass alle Korrekturfaktoren auf 1 gesetzt werden, weisen die mittels System8 ermittelten Effizienzen $\varepsilon_b^{(\mathrm{JetProb})}$ wie bereits gezeigt eine starke Abhängigkeit vom Arbeitspunkt des SoftMuon-Taggers auf. Wie man in Abb. 6.4 erkennen kann, weichen die Effizienzen für alle Arbeitspunkte wie erwartet deutlich von den aus Wahrinformationen bestimmten Effizienzen ab.

Abb. 6.5 zeigt den Fall, in dem Jetanzahlen und Korrekturfaktoren aus dem gleichen Datensatz extrahiert werden. $\varepsilon_b^{(\mathrm{JetProb})}$ ist nun nicht nur vom Arbeitspunkt des SoftMuon-Taggers unabhängig, sondern die Effizienzen stimmen im gewählten Bereich der Arbeitspunkte auch exakt mit den aus Wahrinformationen bestimmten Effizienzen überein.

In Abb. 6.6 sind die mittels System8 ermittelten Effizienzen $\varepsilon_b^{(\mathrm{JetProb})}$ dargestellt, für die Korrekturfaktoren aus Monte-Carlo-Datensatz B verwendet wurden. Wie bereits in

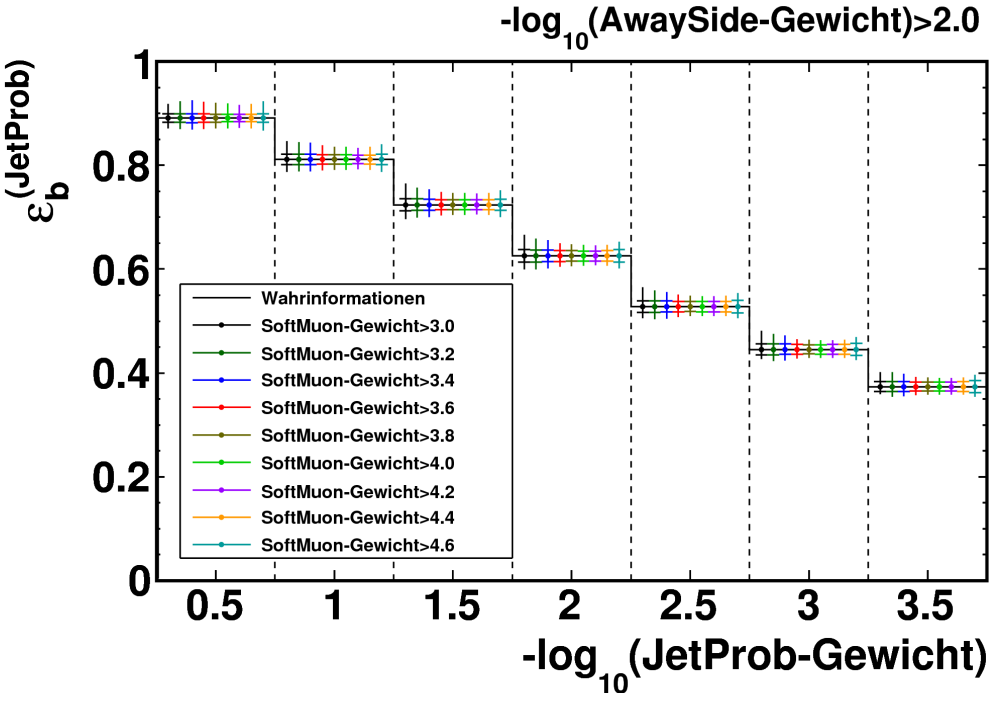


Abbildung 6.5.: Mittels System8 aus Monte-Carlo-Datensatz A bestimmte Effizienzen des JetProb-Taggers für ein AwaySide-Tagger Gewicht $> 2{,}0$ sowie aus Wahrinformationen bestimmte Effizienzen. Es wurden aus dem gleichen Datensatz mittels Wahrinformationen bestimmte Korrekturfaktoren verwendet.

Abb. 6.3 gezeigt wurde, ist nun keine Abhängigkeit der Effizienzen vom Arbeitspunkt des SoftMuon-Taggers mehr vorhanden. Jedoch weichen sie leicht von den aus Wahrinformationen bestimmten Effizienzen nach oben hin ab. Ein solches Verhalten ist zu erwarten, da aufgrund der endlichen Statistik die Korrekturfaktoren in Datensatz A und Datensatz B voneinander abweichen. Dafür, dass die Abweichungen der Effizienzen darauf zurück zu führen sind, spricht auch die Tatsache, dass man für den Fall des Vertauschens von Datensatz A und B eine entsprechende Abweichung in die entgegengesetzte Richtung erhält. Dies ist in Abb. E.1 (d) dargestellt. Bei ausreichender Statistik ist zu erwarten, dass diese Abweichungen gänzlich verschwinden. Abb. E.1 zeigt weiterhin die für die beiden anderen Arbeitspunkte des AwaySide-Taggers bestimmten Effizienzen.

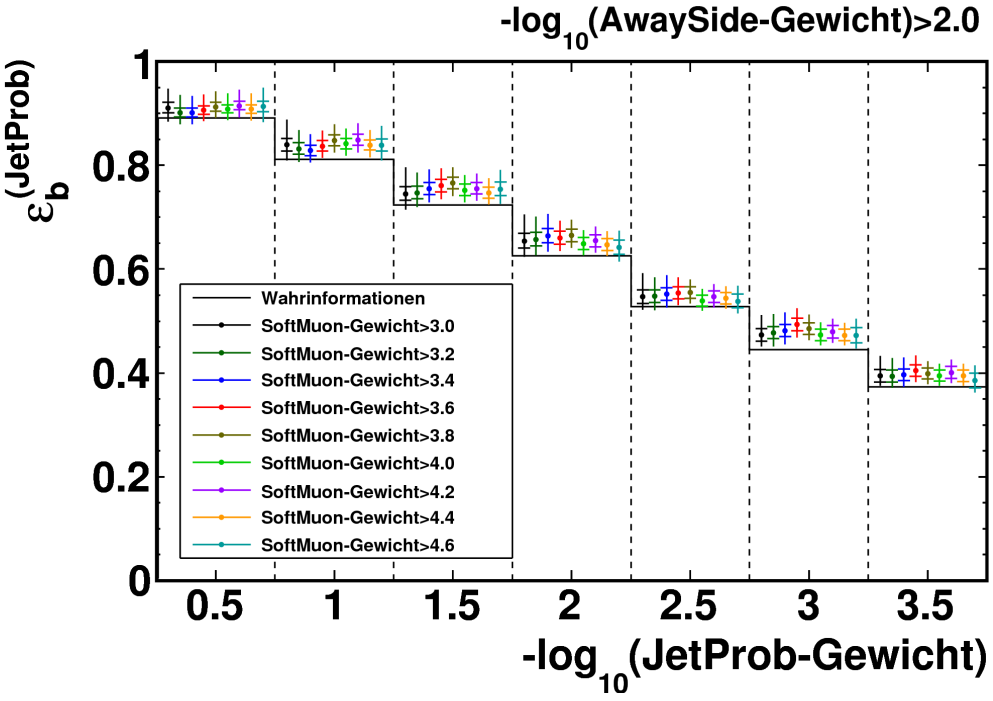


Abbildung 6.6.: Mittels System8 aus Monte-Carlo-Datensatz A bestimmte Effizienzen des JetProb-Taggers für ein AwaySide-Tagger-Gewicht $> 2{,}0$ sowie aus Wahrinformationen bestimmte Effizienzen. Es wurden aus Monte-Carlo-Datensatz B mittels Wahrinformationen bestimmte Korrekturfaktoren verwendet.

6.3. Anwendung auf Daten

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt gezeigt wurde, dass eine verlässliche Bestimmung von b-Tagging-Effizienzen mit Hilfe von System8 möglich ist, wird diese Methode nun auf die in Abschnitt 3.1.1 beschriebenen ATLAS-Daten angewendet.

Da zunächst das Konvergenzverhalten in Daten untersucht werden soll, wird erneut der volle Bereich von Arbeitspunkten des SoftMuon-Taggers (3,0–6,0) verwendet. In Abb. 6.7 sind die mittels System8 aus Daten bestimmten Effizienzen zusammen mit ihren statistischen Unsicherheiten dargestellt. Hierbei wurden wiederum alle Korrekturfaktoren auf 1 gesetzt. Man erkennt, dass das Konvergenzverhalten hier besser ist als im Fall des TopMix-Monte-Carlo (vgl. Abb. 6.1) und dass die Unsicherheiten aufgrund der höheren Statistik geringer sind.

Obwohl im Fall der Anwendung auf ATLAS-Daten auch Arbeitspunkte des SoftMuon-Taggers mit höheren Gewichtsschnitten als 4,6 stabile Ergebnisse zeigen, wird zuguns-

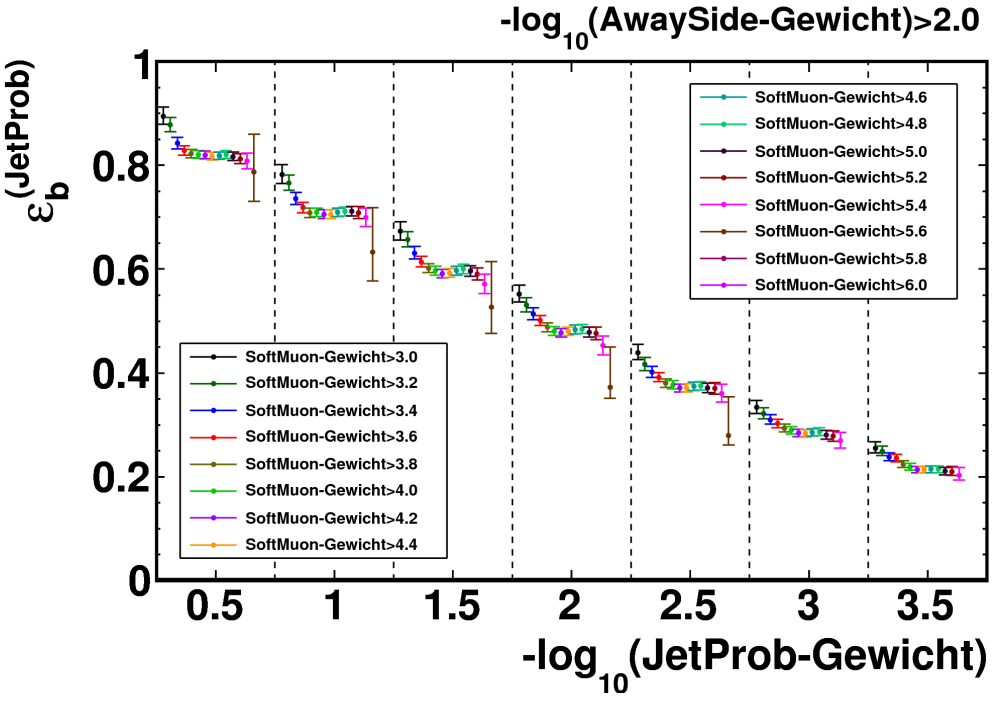


Abbildung 6.7.: Mittels System8 aus Daten bestimmte Effizienzen des JetProb Taggers für ein AwaySide Tagger Gewicht $> 2{,}0$. Es wurden keine Korrekturfaktoren verwendet (alle $\kappa = 1$).

ten besserer Vergleichbarkeit nur der für das TopMix-Monte-Carlo gewählte Bereich von 3,0–4,6 betrachtet. Dieser ist in Abb. 6.8 dargestellt. Für die in dieser Abbildung eingezeichneten Wahrinformationen wurde das PYTHIA-Monte-Carlo verwendet, das auch in Abschnitt 3.3 und Kapitel 4 zum Vergleich mit Daten benutzt wurde. Abb. 6.8 ähnelt qualitativ der entsprechenden Abbildung für das TopMix-Monte-Carlo (vgl. Abb. 6.4), jedoch ist hier ein besseres Konvergenzverhalten sowie geringere Abhängigkeiten von $\varepsilon_b^{(\mathrm{JetProb})}$ vom Arbeitspunkt des SoftMuon-Taggers zu sehen.

Wie bereits in Abschnitt 6.2.1 erwähnt wurde, ist es aufgrund der zu geringen Statistik nicht möglich, die System8-Methode auf das zum Vergleich mit Daten verwendete PYTHIA-Monte-Carlo anzuwenden. Auch der Versuch, Korrekturfaktoren aus diesem Monte Carlo zu extrahieren und auf Daten anzuwenden, führte zu Konvergenzproblemen des numerischen Lösungsverfahrens. Die Ursache hierfür ist vermutlich darin begründet, dass das PYTHIA-Monte-Carlo wie in Abschnitt 3.1.2 erläutert aus verschiedenen, nach dem Transversalimpuls der Partonen aufgespaltenen Datensätzen besteht, die gemäß ihrer integrierten Luminositäten gewichtet werden. Dies führt dazu, dass statistische Fluktuationen in den niederenergetischen Datensätzen verstärkt wer-

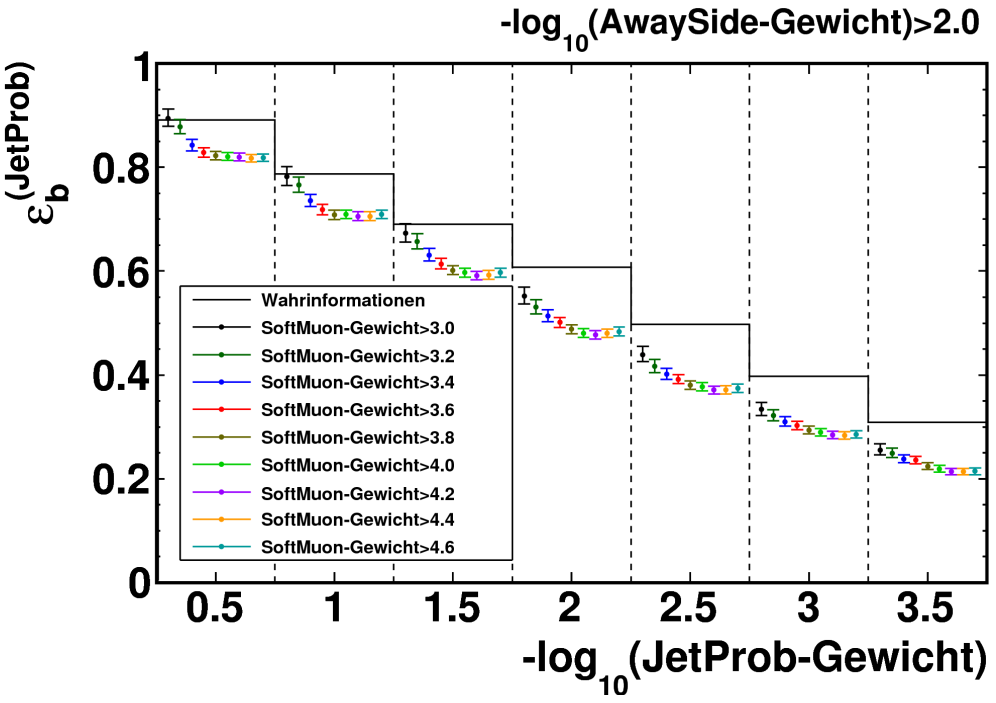


Abbildung 6.8.: Mittels System8 aus Daten bestimmte Effizienzen des JetProb Taggers für ein AwaySide Tagger Gewicht $> 2{,}0$ sowie aus Wahrinformationen bestimmte Effizienzen. Es wurden keine Korrekturfaktoren verwendet (alle $\kappa = 1$).

den, was Stabilitätsprobleme des numerischen Lösungsverfahrens zur Folge hat. Um dieses Problem zu umgehen, wurden daraufhin Korrekturfaktoren bestimmt, ohne die einzelnen Datensätze des PYTHIA-Monte-Carlos relativ zueinander zu gewichten. Dies ist unter der Annahme gerechtfertigt, dass die Energieabhängigkeit der Korrelationen zwischen den Taggern gering ist.

Abb. 6.9 zeigt die unter Verwendung der so bestimmten Korrekturfaktoren ermittelten Effizienzen für Daten. Wie man erkennt, sind keine Abhängigkeiten der Effizienzen vom Arbeitspunkt der SoftMuon-Taggers mehr vorhanden. Dies deutet darauf hin, dass die aus dem ungewichteten PYTHIA-Monte-Carlo bestimmten Korrekturfaktoren die Korrelationen gut beschreiben. Man erkennt deutliche Abweichungen zwischen den mittels System8 aus Daten bestimmten Effizienzen und den Wahrinformationen des PYTHIA-Monte-Carlos. Wie bereits in Abschnitt 4.4 erläutert wurde, ist eine solche Abweichung der Effizienzen aus Daten und Monte Carlo nicht unerwartet. Die Überprüfung der Qualität der Monte-Carlo-Simulation, die durch diese Abweichung gegeben ist, war eine Motivation zur Extraktion der Effizienzen aus Daten.

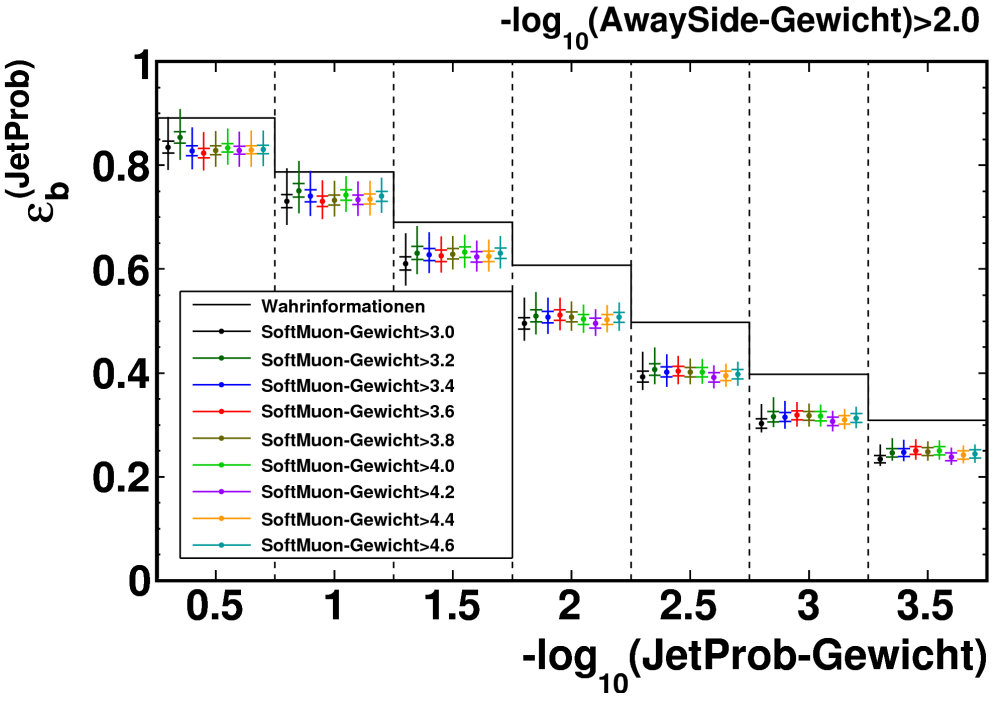


Abbildung 6.9.: Mittels System8 aus Daten bestimmte Effizienzen des JetProb Taggers für ein AwaySide Tagger Gewicht $> 2{,}0$ sowie aus Wahrinformationen bestimmte Effizienzen. Es wurden Korrekturfaktoren verwendet, welche aus dem ungewichtetem PYTHIA-Monte-Carlo extrahiert wurden.

In Tabelle 6.1 sind die b-Tagging-Effizienzen des JetProb-Taggers für ein Gewicht des SoftMuon-Taggers größer 3,8 mit statistischen, systematischen sowie totalen Unsicherheiten (welche durch quadratisches Addieren der statistischen und systematischen Unsicherheiten gebildet werden) aufgelistet. Hier wird die b-Tagging-Effizienz $\varepsilon_b^{(\mathrm{JetProb})}$ für den Fall, dass alle Korrekturfaktoren (entsprechend Abb. 6.8) auf 1 gesetzt werden, als $\varepsilon_{\kappa=1}^{\mathrm{System8}}$ und für den Fall, dass die Korrekturfaktoren (entsprechend Abb. 6.9) aus dem ungewichteten PYTHIA-Monte-Carlo extrahiert werden, als $\varepsilon_{\kappa(\mathrm{PYTHIA})}^{\mathrm{System8}}$ bezeichnet. $\varepsilon^{\mathrm{MonteCarlo}}$ steht für die aus Wahrinformationen bestimmten Effizienzen. Des Weiteren sind in der Tabelle das Verhältnis von $\varepsilon_{\kappa(\mathrm{PYTHIA})}^{\mathrm{System8}}$ zu $\varepsilon_{\kappa=1}^{\mathrm{System8}}$ und das Verhältnis von $\varepsilon_{\kappa(\mathrm{PYTHIA})}^{\mathrm{System8}}$ zu $\varepsilon^{\mathrm{MonteCarlo}}$ aufgelistet.
Die Abweichungen zwischen den mittels Korrekturfaktoren des ungewichteten PYTHIA-Monte-Carlos aus Daten bestimmten Effizienzen und den mittels Wahrinformationen aus dem (korrekt gewichteten) PYTHIA-Monte-Carlo bestimmten Effizienzen bewegen sich im Bereich von 7% bis 20%.
Die Anzahlen $\vec{N}$ von Jets aus Daten sowie die aus dem ungewichteten PYTHIA-

Monte-Carlo bestimmten Korrekturfaktoren sind für den betrachteten Arbeitspunkt des SoftMuon-Taggers von $> 3{,}8$ in Tabelle E.2 bzw. Tabelle E.1 aufgelistet.

Es ist zu betonen, dass die so bestimmten Effizienzen nur unter Vorbehalt aussagekräftig sind, da nicht ausgeschlossen werden kann, dass das Unterlassen der Gewichtung der Datensätze des PYTHIA-Monte-Carlos zu einer Verschiebung der mittels System8 bestimmten Effizienzen führt.

6.4. Ergebnisse

Wie in Abschnitt 6.2 anhand von Monte-Carlo-Simulationen gezeigt wurde, ist es möglich, System8 zur Bestimmung von b-Tagging-Effizienzen zu verwenden. Hierzu ist es notwendig, dass ein zu den Daten passendes Monte Carlo zur Verfügung steht, um die Bestimmung der Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ mittels Wahrinformationen zu ermöglichen. Des Weiteren müssen sowohl die Daten als auch das zur Bestimmung der Korrekturfaktoren verwendete Monte Carlo über eine ausreichende Statistik verfügen, um zum einen für die Stabilität der numerischen Lösung zu sorgen und zum anderen zu gewährleisten, dass keine großen Unterschiede zwischen den Korrekturfaktoren in Daten und Monte Carlo aufgrund statistischer Fluktuationen auftreten.

Des Weiteren wurde in Abschnitt 6.3 die Anwendbarkeit der System8-Methode auf „echte“ Daten gezeigt. Aufgrund der begrenzten Statistik des zum Vergleich mit Daten verwendeten PYTHIA-Monte-Carlos konnten im Fall der korrekten Gewichtung der einzelnen Teildatensätze keine für Daten anwendbaren Korrekturfaktoren extrahiert werden. Allerdings war es möglich, Korrekturfaktoren zu verwenden, die aus dem ungewichteten PYTHIA-Monte-Carlo bestimmt wurden. Die aus Daten mittels dieser Korrekturfaktoren bestimmten Effizienzen weisen keine Abhängigkeit mehr vom Arbeitspunkt des SoftMuon-Taggers auf. Diese Effizienzen lassen erste Rückschlüsse auf die Güte der Monte-Carlo-Simulation zu, sind allerdings nur eingeschränkt aussagekräftig, da nicht ausgeschlossen ist, dass das Unterlassen der Gewichtung der Teildatensätze zu einer Verschiebung der Effizienzen führt. Um dies genauer zu untersuchen, wäre ein Monte Carlo mit größerer Statistik notwendig, aus dem man bei korrekter Gewichtung auf Daten anwendbare Korrekturfaktoren extrahieren könnte.

Da zur Bestimmung von $\varepsilon_b^{(\mathrm{JetProb})}$ mittels System8 nur Jets mit assoziiertem Myon verwendet wurden, ist diese Effizienz nur für Jets aus b-Quarks, die semileptonisch in Myonen zerfallen, zutreffend. Will man die Effizienz für Jets, die aus anderen Zerfallsprozessen stammen, bestimmen, muss man $\varepsilon_b^{(\mathrm{JetProb})}$ mit dem Verhältnis der aus Monte Carlo mittels Wahrinformationen bestimmten Effizienzen für den zu betrachtenden Zerfallsprozess und für semileptonische Zerfälle multiplizieren. Mit $\varepsilon_{b\to\mu X}^{\mathrm{System8}} = \varepsilon_b^{(\mathrm{JetProb})}$ gilt für die inklusive b-Tagging-Effizienz:

$$\varepsilon_b^{\mathrm{System8}} = \varepsilon_{b\to\mu X}^{\mathrm{System8}} \cdot \frac{\varepsilon_b^{\mathrm{MonteCarlo}}}{\varepsilon_{b\to\mu X}^{\mathrm{MonteCarlo}}}. \tag{6.2}$$

$-\log_{10}$(JetProb-Gewicht)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
$\varepsilon^{\text{MonteCarlo}}$	0,891	0,787	0,691	0,607	0,497	0,397	0,309
$\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa=1}$	0,823	0,708	0,602	0,488	0,380	0,294	0,224
$\Delta^{\text{stat}}_{\text{unten}}\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa=1}$	0,008	0,009	0,009	0,008	0,008	0,007	0,006
$\Delta^{\text{stat}}_{\text{oben}}\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa=1}$	0,008	0,009	0,009	0,009	0,008	0,007	0,007
$\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa(\text{PYTHIA})}$	0,829	0,733	0,629	0,508	0,401	0,318	0,248
$\Delta^{\text{stat}}_{\text{unten}}\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa(\text{PYTHIA})}$	0,008	0,010	0,010	0,009	0,009	0,008	0,008
$\Delta^{\text{stat}}_{\text{oben}}\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa(\text{PYTHIA})}$	0,008	0,010	0,010	0,010	0,009	0,009	0,008
$\Delta^{\text{syst}}_{\text{unten}}\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa(\text{PYTHIA})}$	0,031	0,030	0,028	0,025	0,021	0,019	0,016
$\Delta^{\text{syst}}_{\text{oben}}\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa(\text{PYTHIA})}$	0,036	0,035	0,033	0,029	0,025	0,022	0,019
$\Delta^{\text{total}}_{\text{unten}}\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa(\text{PYTHIA})}$	0,032	0,032	0,030	0,027	0,023	0,021	0,018
$\Delta^{\text{total}}_{\text{oben}}\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa(\text{PYTHIA})}$	0,037	0,037	0,035	0,030	0,026	0,024	0,020
$\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa(\text{PYTHIA})}/\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa=1}$	1,01	1,04	1,05	1,04	1,06	1,08	1,11
$\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa(\text{PYTHIA})}/\varepsilon^{\text{MonteCarlo}}$	0,93	0,93	0,91	0,84	0,81	0,80	0,80

Tabelle 6.1.: b-Tagging-Effizienzen des JetProb-Taggers für auf 1 gesetzte Korrekturfaktoren ($\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa=1}$) und für Korrekturfaktoren aus dem ungewichteten PYTHIA-Monte-Carlo ($\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa(\text{PYTHIA})}$) sowie mittels Wahrinformationen des (korrekt gewichteten) PYTHIA-Monte-Carlo bestimmte Effizienzen ($\varepsilon^{\text{MonteCarlo}}$). Die mittels System8 bestimmten Effizienzen verwenden ein Gewicht des SoftMuon-Taggers $> 3{,}8$. Des Weiteren sind für $\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa=1}$ die asymmetrischen statistischen Unsicherheiten sowie für $\varepsilon^{\text{System8}}_{\kappa(\text{PYTHIA})}$ die asymmetrischen statistischen, systematischen und totalen Unsicherheiten angegeben.

7. Fazit

In dieser Arbeit wurde mit System8 ein Methode vorgestellt, die es ermöglicht, b-Tagging-Effizienzen aus Daten zu bestimmen. Hierzu wurden Ereignisse selektiert, die Jets mit assoziierten Myonen beinhalten. System8 benötigt zur Effizienzbestimmung drei Tagging-Algorithmen; in dieser Arbeit wurden dafür der JetProb-Tagger, der SoftMuon-Tagger sowie der AwaySide-Tagger, der eine Abwandlung des JetProb-Taggers darstellt, ausgewählt. Es wurde überprüft, dass die Ein- und Ausgangsvariablen dieser Tagging-Algorithmen verstanden und gut vom verwendeten Monte Carlo beschrieben sind.

Bei der System8-Methode erfolgt die Bestimmung der Effizienzen über die Lösung eines Gleichungssystems mit acht Gleichungen und acht Unbekannten. Hierzu wurde im Rahmen dieser Arbeit ein numerisches Verfahren entwickelt, das die Lösung des Gleichungssystems liefert und außerdem überprüft, ob diese Lösung physikalisch sinnvoll ist. Um schwache Korrelationen, die zwischen den verschiedenen Tagging-Algorithmen bestehen, zu kompensieren, wurden zusätzlich mit Hilfe von Monte-Carlo-Wahrinformationen Korrekturfaktoren bestimmt, die direkt in das Gleichungssystem eingehen. Neben der Bestimmung der Effizienzen selbst wurden auch deren Unsicherheiten ermittelt.

Anhand von Monte-Carlo-Simulationen wurde die Methode validiert, indem die mit Hilfe von System8 berechneten Effizienzen mit Monte-Carlo-Wahrinformationen verglichen wurden. Schließlich wurde das Verfahren auf Daten mit einer integrierten Luminosität von $\mathcal{L} = 2{,}6\ \mathrm{pb}^{-1}$ angewendet, um die b-Tagging-Effizienz des JetProb-Taggers zu bestimmen. Die so ermittelte Effizienz ermöglicht zusätzlich Aussagen über die Qualität der Monte-Carlo-Simulation.

Bei der Effizienzbestimmung aus Daten wurden die Energiebereiche des zur Bestimmung der Korrekturfaktoren verwendeten Monte Carlos nicht entsprechend ihres jeweiligen Wirkungsquerschnitts gewichtet, da dies aufgrund der begrenzten Statistik des verwendeten Monte-Carlo-Datensatzes zu numerischen Instabilitäten geführt hätte. Der Verzicht auf eine solche Gewichtung ist unter der Annahme gerechtfertigt, dass die Energieabhängigkeit der Korrekturfaktoren gering ist. Es wäre wünschenswert, dies mit höherer Statistik zu verifiziert, sobald ein genügend großer Monte-Carlo-Datensatz zur Verfügung steht. Des Weiteren wäre auch eine Bestimmung der Korrekturfaktoren aus Daten anzustreben.

System8 stellt somit eine zuverlässige Methode zur datenbasierten Bestimmung von b-Tagging-Effizienzen dar, bei der die einzige Abhängigkeit von Monte-Carlo-Simulationen in Form von Korrekturfaktoren auftritt, die die schwachen Korrelationen der

Tagger beschreiben. Aufgrund dieser Arbeit sowie weiteren Studien ist zu erwarten, dass System8 eine wichtige Methode zur Bestimmung von b-Tagging-Effizienzen am ATLAS-Detektor sein wird, sobald ein Monte-Carlo-Datensatz mit ausreichender Statistik zur zuverlässigen Bestimmung der Korrekturfaktoren verfügbar ist.

A. Datensätze

Nachfolgend sind die verwendeten Datensätze sowie die Ereignis- und Jetanzahlen nach der in Abschnitt 3.3 Selektion aufgeführt.

Verwendete Datensätze – Daten (Laufperioden A-F):
data10_7TeV.periodA.physics_L1Calo.PhysCont.NTUP_BTAG.t0pro04_v01_p245/
data10_7TeV.periodB.physics_L1Calo.PhysCont.NTUP_BTAG.t0pro04_v01_p245/
data10_7TeV.periodC.physics_L1Calo.PhysCont.NTUP_BTAG.t0pro04_v01_p245/
data10_7TeV.periodD.physics_L1Calo.PhysCont.NTUP_BTAG.t0pro04_v01_p245/
data10_7TeV.periodE.physics_JetTauEtmiss.PhysCont.NTUP_BTAG.t0pro04_v01_p245/
data10_7TeV.periodF.physics_JetTauEtmiss.PhysCont.NTUP_BTAG.t0pro04_v01_p245/

Verwendete Datensätze – PYTHIA-Monte-Carlo:
mc09_7TeV.105010.J1_pythia_jetjet.merge.NTUP_BTAG.e468_s766_s767_r1303_r1306_p245/
mc09_7TeV.105011.J2_pythia_jetjet.merge.NTUP_BTAG.e468_s766_s767_r1303_r1306_p245/
mc09_7TeV.105012.J3_pythia_jetjet.merge.NTUP_BTAG.e468_s766_s767_r1303_r1306_p245/
mc09_7TeV.105013.J4_pythia_jetjet.merge.NTUP_BTAG.e468_s766_s767_r1303_r1306_p245/

Verwendete Datensätze – TopMix-Monte-Carlo:
user.RichardHawkings.0108180.topmix_MuonswBeam.AOD.r1306q/

# Ereignisse	# Jets	# Jets mit assoz. Myon
1119996	2061551	1127441

Tabelle A.1.: Ereignis- und Jetanzahl nach Selektion gemäß Abschnitt 3.3 für Daten.

	Datensatz	# Ereignisse	# Jets	# Jets mit assoz. Myon
ungewichtet	J1	846	1234	847
	J2	10599	22789	10707
	J3	33598	94471	34276
	J4	62911	217808	65057
	Summe	107954	336302	110887
gewichtet	J1	590890	861890	591589
	J2	447419	961998	451978
	J3	76003	213707	77537
	J4	5684	19677	5877
	Summe	1119996	2057272	1126981

Tabelle A.2.: Ereignis- und Jetanzahl nach Selektion gemäß Abschnitt 3.3 für das PYTHIA-Monte-Carlo. Angegeben sind sowohl die Anzahlen für das gewichtete als auch für das ungewichtete Monte Carlo. Im Fall des gewichteten Monte Carlo wurde dieses auf die Ereignisanzahl in Daten normiert, wobei die einzelnen Energiebereiche J1-J4 entsprechend ihres jeweiligen Wirkungsquerschnitts gewichtet wurden.

Datensatz	# Ereignisse	# Jets	# Jets mit assoz. Myon
A	206748	489991	213534
B	206299	488597	213146
Summe	413046	978589	426680

Tabelle A.3.: Ereignis- und Jetanzahl nach Selektion gemäß Abschnitt 3.3 für das TopMix-Monte-Carlo. Wie in Kapitel 6 beschrieben wurde dieses Monte Carlo in zwei Datensätze A und B aufgespalten.

B. Zusätzliche Kontrollverteilungen

Im Folgenden ist die Verteilung verschiedener Größen für Spuren und Myonen dargestellt. Diese entsprechen den Abbildungen aus Abschnitt 3.3.2.2 und Abschnitt 3.3.2.3, wobei in Abb. B.1 bis Abb. B.4 nicht verlangt wird, dass die Spuren bzw. Myonen zu einem Jet assoziiert sind.

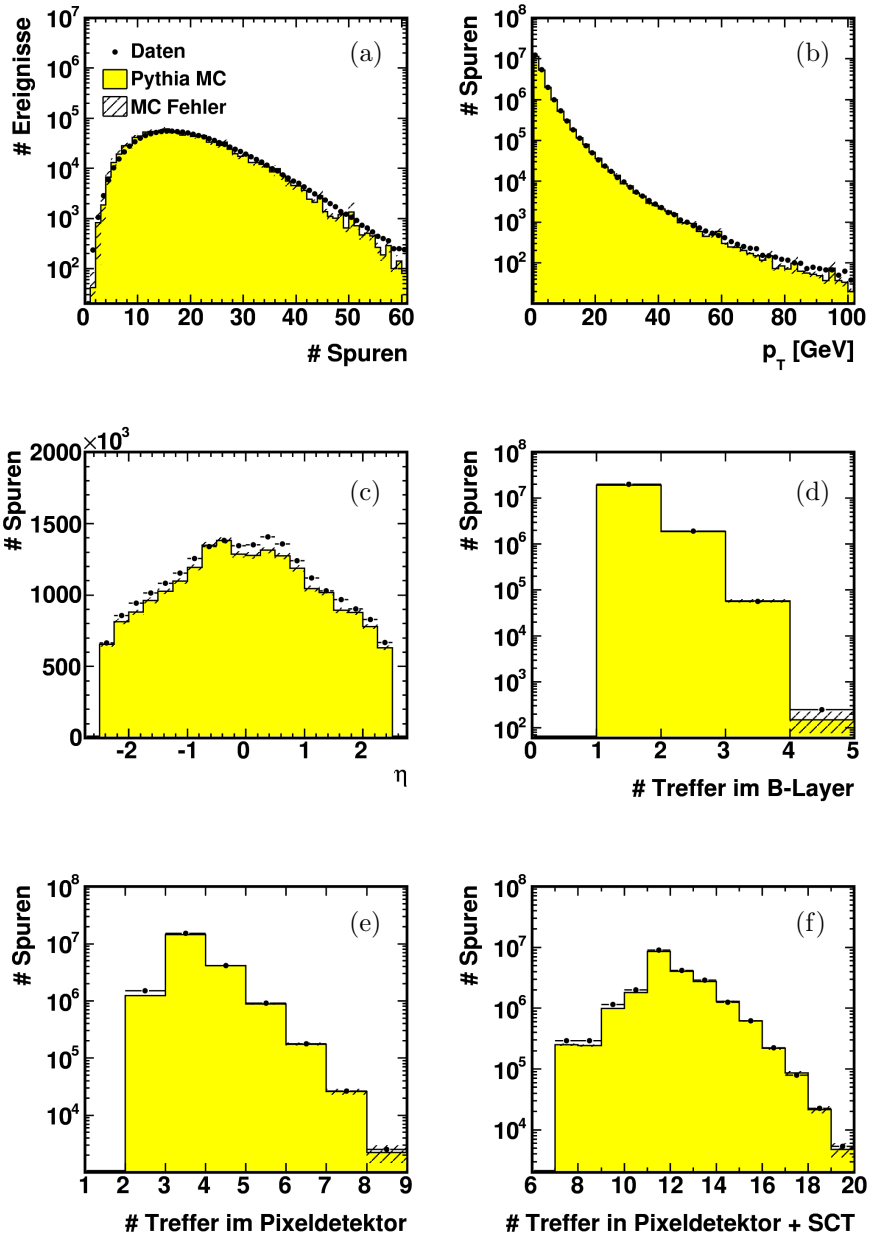


Abbildung B.1.: Verteilungen für Spuren in Daten und Monte Carlo: (a) Anzahl Spuren im Ereignis, (b) Transversalimpuls p_{T}, (c) Pseudorapidität η, (d) Anzahl Treffer im b-Layer, (e) Anzahl Treffer im Pixeldetektor und (f) Anzahl Treffer im Pixeldetektor + Anzahl Treffer im SCT.

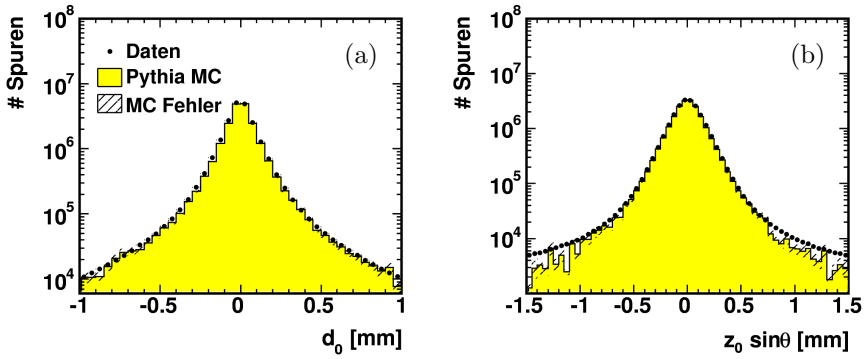


Abbildung B.2.: Verteilungen für Spuren in Daten und Monte Carlo: (a) Transversaler Stoßparameter d_0 und (b) longitudinaler Stoßparameter $z_0 \cdot \sin\theta$.

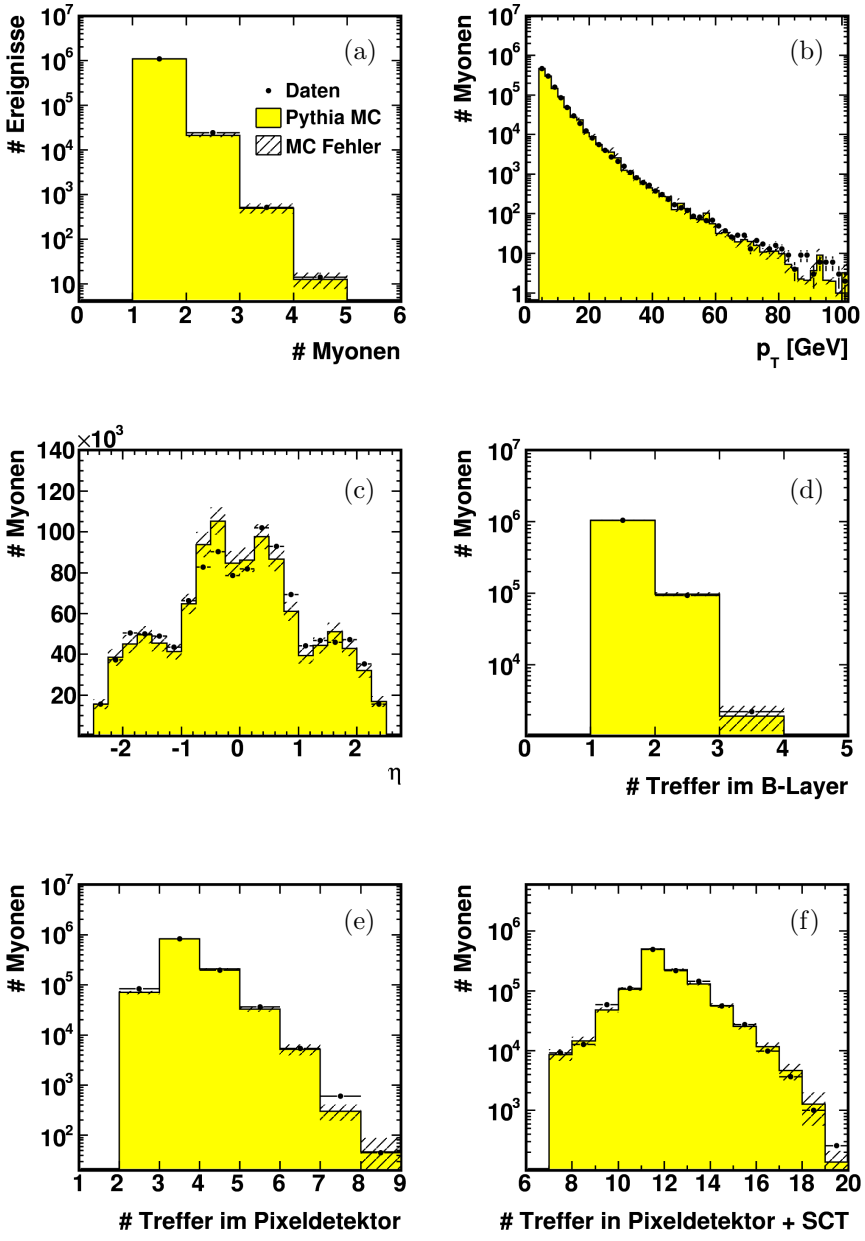


Abbildung B.3.: Verteilungen für Myonen in Daten und Monte Carlo: (a) Anzahl Myonen im Ereignis, (b) Transversalimpuls p_{T}, (c) Pseudorapidität η, (d) Anzahl Treffer im b-Layer, (e) Anzahl Treffer im Pixeldetektor und (f) Anzahl Treffer im Pixeldetektor + Anzahl Treffer im SCT.

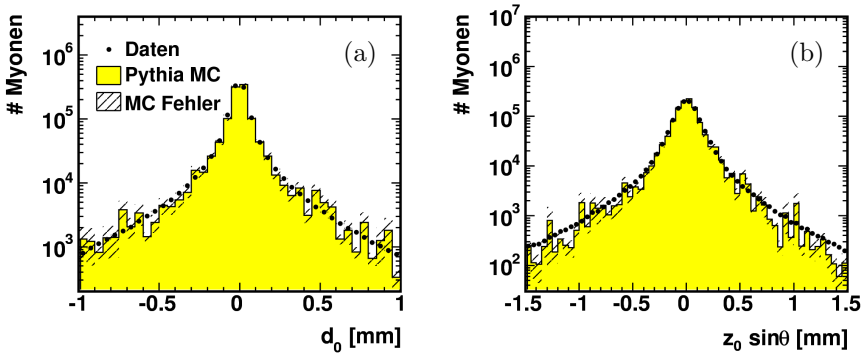


Abbildung B.4.: Verteilungen für Myonen in Daten und Monte Carlo: (a) Transversaler Stoßparameter d_0 und (b) longitudinaler Stoßparameter $z_0 \cdot \sin\theta$.

C. Kombination von Spurwahrscheinlichkeiten

Im Folgenden wird gezeigt, wie die einzelnen Spurwahrscheinlichkeiten $\mathcal{P}_i$ (nach Gleichung 4.4) eines Jets zu Gleichung 4.7 kombiniert werden. Diese Herleitung folgt [29]. Dabei wird angenommen, dass die Stoßparameter verschiedener Spuren, die zu einem Jet gehören, der vom Primärvertex stammt, unkorreliert sind.

Die Wahrscheinlichkeit $\mathcal{P}_i$, dass eine Spur, die vom Primärvertex stammt, eine vorzeichenbehaftete Stoßparametersignifikanz besitzt, die größer oder gleich $d_0^i/\sigma_{d_0}^i$ ist, ist gegeben durch

$$\mathcal{P}_i = \int_{-\infty}^{-|d_0^i/\sigma_{d_0}^i|} \mathcal{R}(x)\,\mathrm{d}x, \tag{C.1}$$

wobei die Wahrscheinlichkeitsdichte für $d_0^i/\sigma_{d_0}^i$ durch die Auflösungsfunktionen $\mathcal{R}$ gegeben ist.

Das Produkt der Wahrscheinlichkeiten aller N Spuren mit positiver Stoßparametersignifikanz ist gegeben durch

$$\mathcal{P}_0 = \prod_{i=1}^{N} \mathcal{P}_i. \tag{C.2}$$

Durch die N Spurwahrscheinlichkeiten $\mathcal{P}_i$ wird ein Punkt in einem N-dimensionalen Einheitshyperwürfel definiert. Die Wahrscheinlichkeit für einen Jet, der vom Primärvertex stammt, ein Produkt der Spurwahrscheinlichkeit zu erhalten, das kleiner oder gleich $\mathcal{P}_0$ ist, ist dabei gegeben durch das Volumen des Bereichs des Würfels, in dem das Produkt der Koordinaten kleiner gleich $\mathcal{P}_0$ ist:

$$\mathcal{P}_{\mathrm{jet}} = \int_{\prod_{i=1}^{N} x_i \leq \mathcal{P}_0} \mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2\,\ldots\,\mathrm{d}x_N. \tag{C.3}$$

Um dieses Integral zu berechnen, bildet man zunächst das zugehörige Komplement, und spaltet dann das N-dimensionale Integral in eindimensionale Integrale auf:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{P}_{\text{jet}} &= 1 - \int_{\prod_{i=1}^{N} x_i = \mathcal{P}_0}^{(1,1,\ldots,1)} \mathrm{d}x_1\, \mathrm{d}x_2\, \ldots\, \mathrm{d}x_N \qquad \text{(C.4)} \\
&= 1 - \int_{\mathcal{P}_0}^{1} \int_{\mathcal{P}_0/x_N}^{1} \int_{\mathcal{P}_0/(x_N x_{N-1})}^{1} \ldots \int_{\mathcal{P}_0/(x_N x_{N-1} \ldots x_2)}^{1} \mathrm{d}x_1 \ldots \mathrm{d}x_{N-2}\, \mathrm{d}x_{N-1}\, \mathrm{d}x_N \\
&= 1 - \int_{\mathcal{P}_0}^{1} \ldots \int_{\mathcal{P}_0/(x_N \ldots x_3)}^{1} \Big(1 - \frac{\mathcal{P}_0}{x_N \ldots x_2}\Big)\, \mathrm{d}x_2 \ldots \mathrm{d}x_N \\
&= 1 - \int_{\mathcal{P}_0}^{1} \ldots \int_{\mathcal{P}_0/(x_N \ldots x_4)}^{1} \left(1 - \frac{\mathcal{P}_0}{x_N \ldots x_3} + \frac{\mathcal{P}_0}{x_N \ldots x_3} \cdot \ln\Big(\frac{\mathcal{P}_0}{x_N \ldots x_3}\Big)\right) \mathrm{d}x_3 \ldots \mathrm{d}x_N.
\end{aligned}
$$

Mittels

$$
\int \frac{\ln^n(k/x)}{x}\, \mathrm{d}x = -\frac{\ln^{n+1}(k/x)}{n+1} \qquad \text{(C.5)}
$$

erhält man nach dem Ausführen der nächsten Integration

$$
\begin{aligned}
\mathcal{P}_{\text{jet}} &= 1 - \int_{\mathcal{P}_0}^{1} \ldots \int_{\mathcal{P}_0/(x_N \ldots x_5)}^{1} \left(1 - \frac{\mathcal{P}_0}{x_N \ldots x_4} + \frac{\mathcal{P}_0}{x_N \ldots x_4}\right. \qquad \text{(C.6)} \\
&\quad \left. \cdot \ln\Big(\frac{\mathcal{P}_0}{x_N \ldots x_4}\Big) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{P}_0}{x_N \ldots x_4} \cdot \ln^2\Big(\frac{\mathcal{P}_0}{x_N \ldots x_4}\Big)\right) \mathrm{d}x_4\, \ldots\, \mathrm{d}x_N.
\end{aligned}
$$

Durch rekursive Anwendung von Gleichung C.5 erhält man schließlich

$$
\begin{aligned}
\mathcal{P}_{\text{jet}} &= 1 - \int_{\mathcal{P}_0}^{1} \left(1 - \frac{\mathcal{P}_0}{x_N} + \frac{\mathcal{P}_0}{x_N} \cdot \ln\Big(\frac{\mathcal{P}_0}{x_N}\Big) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{P}_0}{x_N} \cdot \ln^2\Big(\frac{\mathcal{P}_0}{x_N}\Big)\right. \qquad \text{(C.7)} \\
&\quad \left. + \frac{1}{6} \cdot \frac{\mathcal{P}_0}{x_N} \cdot \ln^3\Big(\frac{\mathcal{P}_0}{x_N}\Big) - \cdots + (-1)^{N-1} \cdot \frac{1}{(N-2)!} \cdot \frac{\mathcal{P}_0}{x_N} \cdot \ln^{N-2}\Big(\frac{\mathcal{P}_0}{x_N}\Big)\right) \mathrm{d}x_N \\
&= 1 - \Big(1 - \mathcal{P}_0 + \mathcal{P}_0 \cdot \ln \mathcal{P}_0 - \frac{1}{2} \cdot \mathcal{P}_0 \cdot \ln^2 \mathcal{P}_0 + \frac{1}{6} \cdot \mathcal{P}_0 \cdot \ln^3 \mathcal{P}_0 \\
&\quad - \frac{1}{24} \cdot \mathcal{P}_0 \cdot \ln^4 \mathcal{P}_0 + \cdots + (-1)^N \cdot \frac{1}{(N-1)!} \cdot \ln^{N-1} \mathcal{P}_0\Big) \\
&= \mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_0 \cdot \ln \mathcal{P}_0 + \frac{1}{2} \cdot \mathcal{P}_0 \cdot \ln^2 \mathcal{P}_0 - \frac{1}{6} \cdot \mathcal{P}_0 \cdot \ln^3 \mathcal{P}_0 + \frac{1}{24} \cdot \mathcal{P}_0 \cdot \ln^4 \mathcal{P}_0 \\
&\quad - \cdots + (-1)^{N-1} \cdot \frac{1}{(N-1)!} \cdot \ln^{N-1} \mathcal{P}_0 \\
&= \mathcal{P}_0 \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \frac{(-\ln \mathcal{P}_0)^k}{k!}.
\end{aligned}
$$

D. Zusätzliche Tabellen zur Validierung der System8-Methode

	N	$N^{(X)}$	$N^{(Y)}$	$N^{(Z)}$	$N^{(X,Y)}$	$N^{(Y,Z)}$	$N^{(Z,X)}$	$N^{(X,Y,Z)}$
ohne Korrelationen	10000000	6011518	1709914	2947733	1098260	531098	1807461	348211
kleine Korrelationen	10000000	6011518	1709636	2948598	1126956	583540	1855033	400625
große Korrelationen	10000000	6011518	1709937	2947005	1332097	879073	2280860	743736

Tabelle D.1.: Objektanzahlen $\vec{N}$ für 10^7 simulierte Objekte bei unterschiedlich starken Korrelationen zwischen den Taggern.

	$\kappa_b^{(X,Y)}$	$\kappa_l^{(X,Y)}$	$\kappa_b^{(Y,Z)}$	$\kappa_l^{(Y,Z)}$	$\kappa_b^{(Z,X)}$	$\kappa_l^{(Z,X)}$	$\kappa_b^{(X,Y,Z)}$	$\kappa_l^{(X,Y,Z)}$
kleine Korrelationen	1,020	1,035	1,109	1,082	1,018	1,034	1,148	1,152
große Korrelationen	1,120	1,341	1,741	1,540	1,090	1,396	1,992	2,393

Tabelle D.2.: Mittels Wahrinformationen bestimmte Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ für 10^7 simulierte Objekte bei unterschiedlich starken Korrelationen zwischen den Taggern.

E. Zusätzliche Tabellen und Abbildungen zur Anwendung von System8

In diesem Kapitel befinden sich weitere Tabellen und Abbildungen zur Anwendung der System8-Methode. Neben den aus Daten extrahierten Jetanzahlen $\vec{N}$ (Tabelle E.2) sind auch die aus dem ungewichteten PYTHIA-Monte-Carlo extrahierten Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ (Tabelle E.1) aufgelistet. In Abb. E.1 sind die für das TopMix-Monte-Carlo bestimmten Effizienzen des JetProb-Taggers für Jetanzahlen $\vec{N}$ aus Datensatz A und Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ aus Datensatz B sowie für Jetanzahlen $\vec{N}$ aus Datensatz B und Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ aus Datensatz A für drei Arbeitspunkte des AwaySide-Taggers dargestellt.

$-\log_{10}$(JetProb-Gewicht)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
$\kappa_b^{(\text{JetProb,SoftMuon})}$	0,9987	0,9952	0,9930	0,9870	0,9832	0,9818	0,9726
$\Delta\kappa_b^{(\text{JetProb,SoftMuon})}$	0,0014	0,0019	0,0024	0,0030	0,0037	0,0045	0,0052
$\kappa_b^{(\text{SoftMuon,AwaySide})}$	0,9645	0,9645	0,9645	0,9645	0,9645	0,9645	0,9645
$\Delta\kappa_b^{(\text{SoftMuon,AwaySide})}$	0,0103	0,0101	0,0102	0,0102	0,0102	0,0103	0,0101
$\kappa_b^{(\text{AwaySide,JetProb})}$	1,0015	0,9994	1,0020	1,0083	1,0069	1,0063	1,0083
$\Delta\kappa_b^{(\text{AwaySide,JetProb})}$	0,0042	0,0059	0,0077	0,0094	0,0115	0,0137	0,0159
$\kappa_b^{(\text{JetProb,SoftMuon,AwaySide})}$	0,9628	0,9559	0,9561	0,9607	0,9533	0,9462	0,9339
$\Delta\kappa_b^{(\text{JetProb,SoftMuon,AwaySide})}$	0,0114	0,0127	0,0141	0,0159	0,0178	0,0201	0,0225
$\kappa_l^{(\text{JetProb,SoftMuon})}$	1,0689	1,0955	1,1056	1,0961	1,1061	1,1242	1,1055
$\Delta\kappa_l^{(\text{JetProb,SoftMuon})}$	0,0056	0,0086	0,0121	0,0160	0,0206	0,0265	0,0327
$\kappa_l^{(\text{SoftMuon,AwaySide})}$	1,0343	1,0343	1,0343	1,0343	1,0343	1,0343	1,0343
$\Delta\kappa_l^{(\text{SoftMuon,AwaySide})}$	0,0179	0,0181	0,0179	0,0180	0,0180	0,0180	0,0180
$\kappa_l^{(\text{AwaySide,JetProb})}$	1,0424	1,0648	1,0900	1,1122	1,1326	1,2122	1,2422
$\Delta\kappa_l^{(\text{AwaySide,JetProb})}$	0,0123	0,0195	0,0274	0,0364	0,0477	0,0623	0,0796
$\kappa_l^{(\text{JetProb,SoftMuon,AwaySide})}$	1,1727	1,2045	1,2156	1,2080	1,2435	1,2929	1,3518
$\Delta\kappa_l^{(\text{JetProb,SoftMuon,AwaySide})}$	0,0313	0,0439	0,0573	0,0741	0,0945	0,1220	0,1575

Tabelle E.1.: Aus ungewichtetem PYTHIA-Monte-Carlo bestimmte Korrekturfaktoren $\vec{\kappa}$ mit ihren statistischen Unsicherheiten für ein Gewicht des SoftMuon-Taggers $> 3{,}8$.

$-\log_{10}$(JetProb-Gewicht)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
N	1127440	1127440	1127440	1127440	1127440	1127440	1127440
$N^{(\text{JetProb})}$	540914	354733	247414	171336	117744	81765	56875
$N^{(\text{SoftMuon})}$	401462	401462	401462	401462	401462	401462	401462
$N^{(\text{AwaySide})}$	38186	38186	38186	38186	38186	38186	38186
$N^{(\text{JetProb,SoftMuon})}$	230191	168321	127331	94134	67778	48756	34622
$N^{(\text{SoftMuon,AwaySide})}$	18194	18194	18194	18194	18194	18194	18194
$N^{(\text{AwaySide,JetProb})}$	24323	18534	14562	11248	8470	6335	4723
$N^{(\text{JetProb,SoftMuon,AwaySide})}$	13131	10661	8718	6894	5265	3992	2993

Tabelle E.2.: Aus Daten bestimmte Jetanzahlen $\vec{N}$ für ein Gewicht des SoftMuon-Taggers $> 3{,}8$.

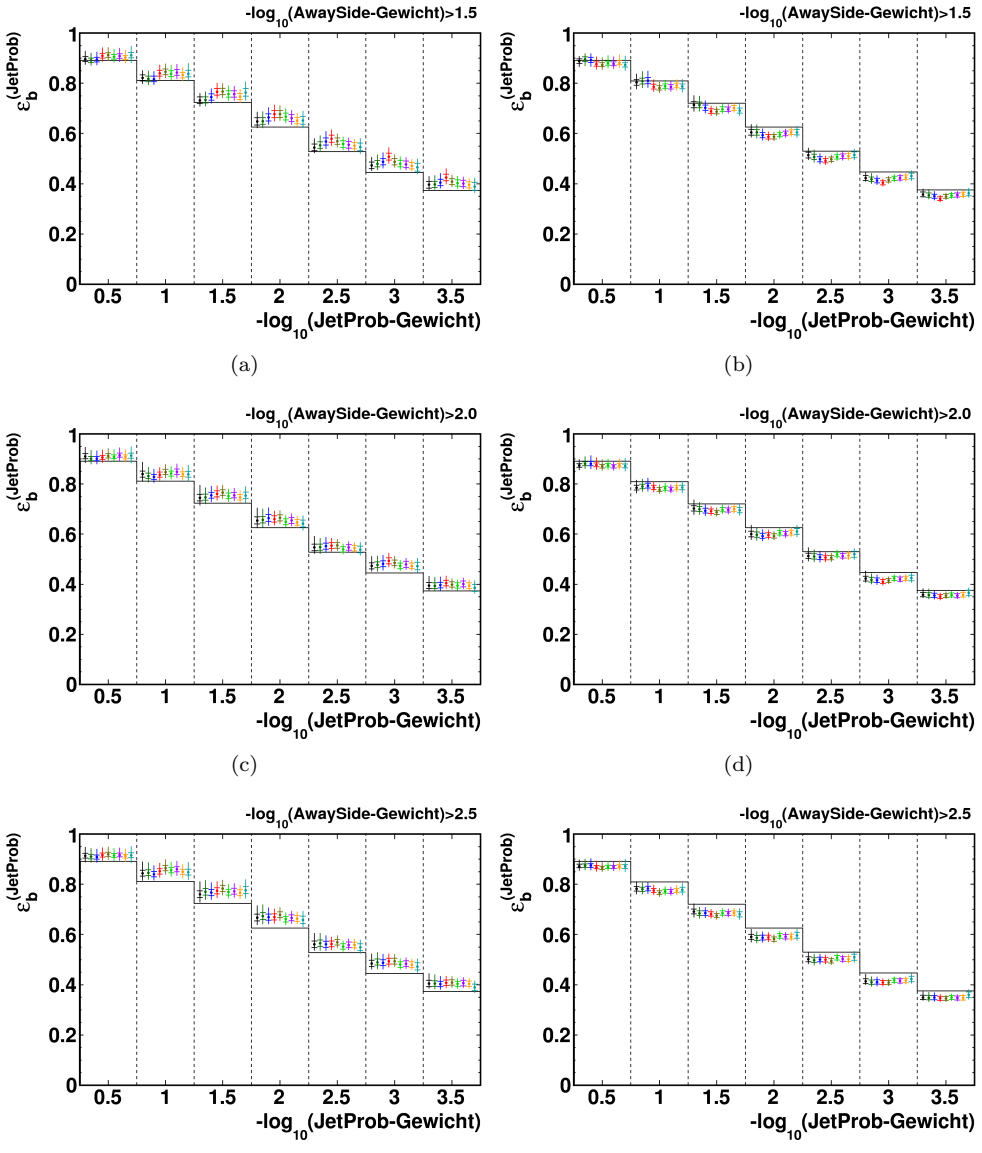


Abbildung E.1.: Mittels System8 aus dem TopMix-Monte-Carlo bestimmte Effizienzen des JetProb-Taggers für drei Arbeitspunkte des AwaySide-Taggers. Die Arbeitspunkte des SoftMuon-Taggers entsprechen denen in Abb. 6.3. (a),(c),(e) $\vec{N}$ aus Datensatz A und $\vec{\kappa}$ aus Datensatz B; (b),(d),(f) $\vec{N}$ aus Datensatz B und $\vec{\kappa}$ aus Datensatz A.

Literaturverzeichnis

[1] D. Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. John Wiley & Sons, New York, USA, 1987.

[2] F. Halzen and A. D. Martin. *Quarks and Leptons*. John Wiley & Sons, New York, USA, 1985.

[3] C. Amsler et al. (Particle Data Group). *Physics Letters B667, 1 (2008) and 2009 partial update for the 2010 edition*. URL `http://pdg.lbl.gov/`.

[4] S. W. Herb, D. C. Hom, L. M. Lederman, J. C. Sens, H. D. Snyder, J. K. Yoh, J. A. Appel, B. C. Brown, C. N. Brown, W. R. Innes, K. Ueno, T. Yamanouchi, A. S. Ito, H. Jöstlein, D. M. Kaplan, and R. D. Kephart. Observation of a Dimuon Resonance at 9.5 GeV in 400 GeV Proton-Nucleus Collisions. *Physical Review Letters*, 39(5):252–255, August 1977. doi: 10.1103/PhysRevLett.39.252. URL `http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.39.252`.

[5] H. L. Lai, J. Huston, S. Kuhlmann, J. Morfin, F. Olness, J. F. Owens, J. Pumplin, and W. K. Tung. Global QCD Analysis of Parton Structure of the Nucleon: CTEQ5 Parton Distributions. Aug 1999. doi: 10.1007/s100529900196. URL `http://dx.doi.org/10.1007/s100529900196`.

[6] CTEQ6 PDFs. URL `http://hep.pa.msu.edu/cteq/public/6.0_6.5/`.

[7] J. M. Campbell, J. W. Huston, and W. J. Stirling. Hard Interactions of Quarks and Gluons: A Primer for LHC Physics. *Rept.Prog.Phys.*, 70:89, 2007. doi: 10.1088/0034-4885/70/1/R02. URL `http://arxiv.org/abs/hep-ph/0611148`.

[8] *LEP Design Report*. CERN, Geneva, 1984. URL `http://cdsweb.cern.ch/record/102083`.

[9] O. S. Brüning, P. Collier, P. Lebrun, S. Myers, R. Ostojic, J. Poole, and P. Proudlock. *LHC Design Report*. CERN, Geneva, 2004. URL `http://lhc.web.cern.ch/lhc/LHC-DesignReport.html`.

[10] ATLAS Collaboration. The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider. *Journal of Instrumentation*, 3(08):S08003, August 2008. ISSN 1748-0221. doi: 10.1088/1748-0221/3/08/S08003. URL `http://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/3/08/S08003`.

[11] ATLAS Collaboration. Expected performance of the ATLAS experiment - detector, trigger and physics. Aug 2009. URL `http://arxiv.org/abs/0901.0512`.

[12] T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Skands. PYTHIA 6.4 Physics and Manual. May 2006. doi: 10.1088/1126-6708/2006/05/026. URL http://dx.doi.org/10.1088/1126-6708/2006/05/026.

[13] S. Agostinelli et al. Geant4: A Simulation Toolkit. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 506(3):250–303, July 2003. ISSN 01689002. doi: 10.1016/S0168-9002(03)01368-8. URL http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002(03)01368-8.

[14] ATLAS TWiki, Top Mixing Exercise. Mai 2011. URL https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasProtected/TopMixingExercise.

[15] M. L. Mangano, M. Moretti, F. Piccinini, R. Pittau, and A. D. Polosa. ALPGEN, a generator for hard multiparton processes in hadronic collisions. May 2003. doi: 10.1088/1126-6708/2003/07/001. URL http://dx.doi.org/10.1088/1126-6708/2003/07/001.

[16] G. Corcella et al. HERWIG 6.5 release note. 2002.

[17] M. Cacciari, G. P. Salam, and G. Soyez. The anti-k_t jet clustering algorithm. *J. High Energy Phys.*, 2008(04):063+, April 2008. ISSN 1126-6708. doi: 10.1088/1126-6708/2008/04/063. URL http://dx.doi.org/10.1088/1126-6708/2008/04/063.

[18] ATLAS Collaboration. Measurement of inclusive jet and dijet cross sections in proton-proton collisions at 7 TeV centre-of-mass energy with the ATLAS detector. 2010. URL http://arxiv.org/abs/1009.5908.

[19] Performance of impact parameter-based b-tagging algorithms with the atlas detector using proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV. Technical Report ATLAS-CONF-2010-091, CERN, Geneva, Oct 2010. URL http://cdsweb.cern.ch/record/1299106.

[20] ATLAS TWiki, BTaggingJetTagNtuple. Mai 2011. URL https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasProtected/BTaggingJetTagNtuple.

[21] ALEPH Collaboration. A precise measurement of $\Gamma_Z \to b\bar{b}/\Gamma_Z \to$ hadrons. *Phys. Lett.*, B313:535–548.

[22] DØ Collaboration. b-Jet Identification in the DØ Experiment. *Nucl. Instrum. Meth.*, A620:490–517, 2010. doi: 10.1016/j.nima.2010.03.118. URL http://arxiv.org/abs/1002.4224.

[23] B. Clement. Production electrofaible du quark top au Run II. Doktorarbeit. 2006. URL http://www-d0.fnal.gov/results/publications_talks/thesis/clement/thesis.pdf.

[24] Wolfram Research, Inc. Mathematica, version 7.0. URL http://www.wolfram.com/mathematica/.

[25] T. Delemontex, B. Clement, and A. Lucotte. *b*-tagging Performance Estimate using Semi-Analytic Resolution of System8. Internal ATLAS Note. Technical Report ATL-COM-PHYS-2010-443, CERN, Geneva, Jun 2010. URL http://cdsweb.cern.ch/record/1274275.

[26] F. James and M. Roos. Minuit: a system for function minimization and analysis of the parameter errors and corrections. *Comput. Phys. Commun.*, 10(CERN-DD-75-20):343–367. 38 p, Jul 1975. URL http://cdsweb.cern.ch/record/310399/.

[27] B. Clement, T. Delemontex, and A. Lucotte. Semi-analytic resolution of system8 with generic correlation factors. Internal ATLAS Note. Technical Report ATL-COM-PHYS-2010-445, CERN, Geneva, Jun 2010. URL http://cdsweb.cern.ch/record/1274443.

[28] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing.* Cambridge University Press, New York, NY, USA, 2007. ISBN 0521880688, 9780521880688.

[29] D. Brown and M. Frank. Tagging *b*-hadrons using track impact parameters. (ALEPH 92-135, PHYSIC 92-124).

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Personen bedanken, die mich während der Erstellung dieser Arbeit unterstützt haben.
In erster Linie danke ich meinem Professor Ian Brock für die Gelegenheit die Diplomarbeit in seiner Gruppe anzufertigen, und für die gute Betreuung.
Weiterhin bedanke ich mich bei meinen Kollegen für ihre vielfältige und tatkräftige Unterstützung. Dies gilt in besonderem Maße für Detlef Bartsch, Markus Jüngst, Peter Kövesárki, Thomas Loddenkötter, Philipp Mehnert, Sebastian Mergelmeyer, Elizabeth Nuncio, Balint Radics, Verena Schönberg, Serpil Sezer und Jan Stillings.
Darüber hinaus möchte ich mich bei meinen Freunden und meiner Familie bedanken, insbesondere bei Christina Adelt, Fabian Bieler, Stefanie Brück, Christina Dapprich, Mareike Hebel, Sabrina Jochem, Liane Kaspari, Kathrin Koch, Carolin Kölzer, Florian Kölzer, Jan Frederik Müller, Sarah Richter, Marvin Schmidt, Lisa Surek, Philipp Wilking und Uschi Zenz. Besonderer Dank gilt hierbei meinen Eltern Gerd und Elisabeth Müller, die mir mein Studium ermöglicht und mich während meiner Diplomarbeit vielseitig unterstützt haben.